GRAVITACIÓN

-

PROBLEMAS

1.- Un cometa de masa 10^{12}kg achégase ó Sol dende un punto moi afastado do sistema solar, podéndose considerar que a súa velocidade inicial é nula.

a. Calcula-la súa velocidade no perihelio (situado a unha distancia aproximada de cen millóns de quilómetros do Sol).
b. Calcula-la enerxía potencial cando cruce a órbita da Terra (a unha distacia $r=1'5.10^8$km).

Datos: masa do Sol: 2.10^{30}kg; $G=6'67.10^{-11}Nm^2kg^{-2}$

SOLUCIÓN

a) Se o lugar de onde provén o cometa está moi afastado do sistema solar, podemos considerar que a distancia é infinita, e, polo tanto, a enerxía potencial será nula, o mesmo que a enerxía total, pois a velocidade inicial era cero.

No perihelio, ten unha enerxía potencial negativa que imos calcular, e que ten que ser contrarrestada, en base ó principio de conservación da enerxía, pola enerxía cinética, positiva. A partir desta, calculámo-la velocidade:

$E_p=-GMm/r$

$E_c= (1/2)mv^2$

$E_p+ E_c=0; -GMm/r + (1/2)mv^2 =0$

$GMr^{-1}=(1/2)v^2$

$v=(2GM/r)^2$

$v=(2.6'67.10^{-11}.2.10^{30}/10^{11})^2 = 5'2. 10^4 ms^{-1}$

b) Para a enerxía potencial ó cruzar a órbita da terra, é indiferente de onde proceda o cometa, tendo que restablecer só a ecuación correspondente: Ep=-GMm/r

Entón, só nos resta substituí-los datos da masa do Sol, a do cometa e a distancia ó Sol cando cruza a órbita da terra, xunto coa constante de gravitación universal:

$E_p=-GMm/r= - 6'67.10^{-11}.2.10^{30}.10^{12}/1'5.10^{11}$

$E_p= - 8'9.10^{20}$ J

2.- Nun planeta cun radio que é a metade do radio terrestre, a aceleración da gravidade na súa superficie vale 5 ms^{-2}. Calcular:

a. A relación entre as masas do planeta e da Terra.
b. A altura a que é necesario deixar caer un obxecto no planeta, para que chegue a súa superficie coa mesma velocidade coa que o fai na Terra, cando cae dende unha altura de 100 m. (Na Terra: g =10 ms^{-2})

SOLUCIÓN

a. A intensidade do campo gravitatorio vén dada pola expresión:

$g = G M/r^2$

a gravidade na superficie do planeta é : $g_p = G\ M_p / r_p^2 = 5\ ms^{-2}$

a gravidade na superficie da Terra é: $g_T = G\ M_T / r_T^2 = 10\ ms^{-2}$

Despexando as masas do planeta e a Terra nestas expresións queda:

$M_p = 5\ r_p^2 / G.M_T = 10\ r_T^2 / G$

$M_p / M_T = 0'5\ r_p^2 / r_T^2$

como $r_p = r_T / 2$

$M_p / M_T = 0'5.0'5^2.r_T^2 / r_T^2 = 0'125$

$M_T = 8\ M_p$

b) A velocidade coa que chega ó chan un corpo que cae dende una altura " h", sen velocidade inicial, na que a intensidade do campo gravitatorio poida considerarse constante, vén dada pola expresión

$v^2 = 2gh$

A velocidade que alcanza un corpo ó caer dende una altura de 100 m ata a Terra é

$v = (\ 2g_T h_T\ )^{1/2} = (\ 2.10.100)^{1/2} = (2000)^{1/2}$ m/s

No planeta para que chegue con esa velocidade terá que caer dende a altura seguinte

$v^2 = 2g_p h_p$

$2000 = 2.5.h_p$

$h_p = 200$ m.

3.- Un satélite de comunicacións de 1 Tm describe órbitas circulares arredor da Terra cun período de 90 minutos. Calcular:

a. A altura a que se atopa sobre a Terra.
b. A enerxía total.

Datos: R_T=6400 km; M_T=5'96.10^{24} kg; G=6'67.10^{-11} Nm^2kg^{-2}

SOLUCION

a) A forza centrípeta que fai varia-la dirección da velocidade do satélite é a forza gravitatoria que exerce a Terra sobre o satélite a esa distancia do seu centro: $mv^2 /r = GM_T m /r^2$

Sendo m = masa do satélite

v = velocidade do satélite na órbita

$r = R_T+h$

G= constante universal

M_T = masa da Terra

simplificando queda $v^2 = GM_T /r$

Por outro lado sabemos que o período é o tempo que tarda en dar unha volta completa T = 2pr /v de onde $v = 2pr / T$

$(2pr / T)^2 = GM_T / r$

de onde $r^3 = GM_T T^2 / (4p^2)$

Substituíndo nesta expresión os datos que temos en unidades do Sistema Internacional obtémo-lo valor de

$r = 6'647.10^6$ m

$r = R_T + h$

$h = r - R_T = 6'647.10^6 - 6'400.10^6 = 2'47.10^5$ m

b) A enerxía total do satélite é a suma das súas enerxías cinética e potencial

$E_T = E_m = E_C + E_p$

$E_C = (1/2)mv^2 = (1/2)mGM_T / r$

$E_p = - GM_T m/r$

Entón: $E_T = E_C + E_p = - ½ GM_T m/r$

$E_T = - 6'67.10^{-11}.5'96.10^{24}.10^3/2.6'647.10^6 = - 2'99.10^{10}$ J

4.- Un corpo de masa 1000 kg atópase , xirando, a 200 km por enriba da superficie da Terra.

a. ¿Cal é a aceleración da gravidade a esa altura?.
b. ¿Cal é o valor da enerxía total?.

Datos: g_0= 9'81 m/s^2; R_T= 6370 km

SOLUCIÓN.

a) Aplicando a segunda lei de Newton pódese obte-lo valor da aceleración a que está sometido na órbita. O descoñece-los valores de G e da masa da Terra, deberemos utiliza-lo valor de g_0 e R_T no cálculo.

$F=ma$; $a= F/m$

Neste caso a forza responsable desta aceleración é a forza gravitatoria: $F_G= G M_T m/r^2$

Polo tanto: $a= G M_T /r^2$

Multiplicando e dividindo por R_T^2 obtemos:

$a= G M_T /r^2 (R_T^2 /R_T^2) = g_0 R_T^2/r^2$

Substituíndo polos datos do problema (r= 6570 km) a aceleración da gravidade a esa altura é de : 9'22 ms^{-2}

b) A enerxía total será a suma de E_C+E_P

Para calcula-la enerxía cinética:

Por atoparse en órbita:

$F_C = F_G$; $mv^2 /r = G M_T m/r^2$ de onde $v^2 = GM_T /r$

Entón: $E_C= (1/2)\ mv^2 = (1/2)\ mGM_T /r$

Para calcula-la enerxía potencial : $E_P= - GM_Tm/r$

Así , a Enerxía total, suma de ambas será:

$E_M = E_C + E_P = (1/2)mGM_T /r - GM_Tm/r = - (1/2)GM_Tm/r$

que posta en función de g_0 quedará $E_M = - (1/2)g_0\, m\ (R^2_T /r)$

A enerxía total será negativa por tratarse dun campo atractivo e considera-lo valor de referencia 0 para a enerxía no infinito.

Tras substituír polos datos do problema, o valor da enerxía total é de:

$-3'03.10^{10}$ J

5.-En tres dos catro vértices dun cadrado de 10 m de lado colócanse outras tantas masas de 10 kg. Calcular:

a. O campo gravitatorio no cuarto vértice do cadrado.
b. O traballo realizado polo campo para levar unha masa de 10 kg dende dito vértice ata o centro do cadrado.

Dato: $G= 6'67.10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$

SOLUCIÓN

a) Supondo as masas situadas nos vértices (0,0), (10,0), (0,10) o vector **g** no (10,10) obteráse a partir da suma vectorial das intensidades creadas por cada unha das masas situadas nos outros vértices $\mathbf{g} = GM\mathbf{r_0} /r^2$

A masa do vértice (0,0) crea

$\mathbf{g_1} = - 6'67.10^{-11}\ (10/2.10^2)(10\mathbf{i} +10\mathbf{j})/14'14 =-2'36.10^{-12}\mathbf{i} - 2'36.10^{-12}\mathbf{j}\ Nkg^{-1}$

debido a masa de (10,0) teremos:

$\mathbf{g_2} = -6'67.10^{-11}\ (10/100)(10\mathbf{j}/10) = - 6'67.10^{-12}\mathbf{j}\ Nkg^{-1}$

debido a masa do (0,10) teremos

$\mathbf{g_3} = - 6'67.10^{-11}\ (10/100)(10\mathbf{i}/10) = - 6'67.10^{-12}\mathbf{i}\ Nkg^{-1}$

A intensidade no vértice (10,10) será:

$\mathbf{g} = - 9'03.10^{-12}\ \mathbf{i} - 9'03.10^{-12}\ \mathbf{j}\ Nkg^{-1}$

b) O traballo para leva-la masa de 10 kg dende o vértice (10,10) deica o punto (5,5) calcularase pola variación da enerxía potencial que posúe a masa de 10 kg neses dous puntos

$W =-DE_P= E_{P0} - E_{Pf}$

como a enerxía potencial é : $E_P = - GMm/r$ teremos

$Ep_0 = - 6'67.10^{-11}\ (100/200^{1/2} + 100/10 +100/10) = -1'81.10^{-9}$ J

$Ep_f = - 6'67.10^{-11}\ (100/50^{1/2} + 100/50^{1/2} + 100/50^{1/2}) = - 2'83.10^{-9}$ J

$W = -1'81.10^{-9} - (- 2'83.10^{-9}) = 1'02.10^{-9}$ J ; traballo realizado polo campo.

6.- Sabendo que o planeta Venus tarda 224'7 días en dar unha volta completa arredor do Sol e que a distancia de Neptuno ó Sol é 4501.10^6 km así como que a Terra invirte 365'256 días en dar unha volta completa arredor do Sol e que a súa distancia a este é $149'5.10^6$ km. Calcular:

a. Distancia de Venus ó Sol.
b. Duración dunha revolución completa de Neptuno arredor do Sol.

SOLUCIÓN

a) A 3ª lei de Kepler dinos que $T^2 = KR^3$ sendo T o período de revolución do planeta e R o radio da súa órbita. Aplicando esto á Terra e a Venus teremos

$T^2_T = KR^3_T$

$T^2_V = KR^3_V$

de onde:

$T^2_T / T^2_V = R^3_T / R^3_v$

$R^3_v = R^3_T \, T^2_V / T^2_T$

e ó substituí-los datos do problema obtemos $R_V = 108'138 \cdot 10^6$ km

b) Facendo o mesmo coa Terra e Neptuno obteremos

$T^2_T = KR^3_T$

$T^2_N = KR^3_N$

$T^2_N = T^2_T \, R^3_N / R^3_T$

$T_N = 5'21.10^9$ s = 165'2 anos

7.- Un satélite artificial de 200 kg describe unha órbita circular a 400 km de altura sobre a superficie terrestre. Calcula:

a. Enerxía mecánica.
b. A velocidade que se lle comunicou na superficie da Terra para colocalo nesa órbita.

Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2} ; $M_T = 5'96 \cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6370$ km

SOLUCIÓN

a. A enerxía mecánica é a suma da enerxía cinética e a potencial

$E_M = E_c + E_p$

que no caso do satélite orbitando terá a seguinte expresión

$E_M = (1/2)\, mv^2 + (-GM_Tm/r) = (1/2)\, mGM_T /r - GM_Tm/r = -(1/2)\, GM_Tm/r$

$E_M = -(1/2)\, 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'96 \cdot 10^{24} \cdot 200/6770 \cdot 10^3 = -5'53 \cdot 10^9$ J

b. Aplicando o concepto de conservación da enerxía mecánica ó momento do lanzamento

$E_M = -GM_Tm / R_T + (1/2)\ mv^2_{saída}$

substituíndo e resolvendo obtemos

$v_{saída} = 7{,}9 \cdot 10^3$ m/s

8.- Un satélite cunha masa de 300 kg móvese nunha órbita circular a 5.10 ^{7} m por enriba da superficie terrestre.

a. ¿Cal é a forza da gravidade sobre o satélite?.
b. ¿Cal é o período do satélite?.

Datos: g_0= 9'81 ms^{-2}; R_T= 6370 km

SOLUCIÓN

a. Como sabémo-lo módulo da forza de atracción gravitatoria é:

$F_G = GM_Tm/r^2$

se multiplicamos e dividimos esta expresión por R^2_T transfórmase en:

$F_G = mg_0\ (R^2_T / r^2)$

onde $r = R_T + h = 6370.10^3 + 5.10^7 = 5'637.10^7$ m

Agora xa dispoñemos de tódolos datos precisos para substituír na expresión da forza, resultando:

F= 37'58 N

b) Para o satélite que orbita a forza centrípeta $Fc = mv^2 /r$, é igual á forza gravitatoria antes calculada.

$mv^2 /r = 37'58$ N ; $v\ ^2 = (\ 37'58.5'637.10^7 / 300\ )^2 = 2657'3$ m/s

como o período é T = 2pr / v

$T = 2.p.\ 5'637.10^7 / 2657'3 = 13'33.10^4$ s = 37 horas

9.- Nos vértices dun cadrado de lado l= 3m hai masas de 10 kg cada una. Calcular:

a. A intensidade da gravidade no cuarto vértice creada polas tres masas.
b. O potencial gravitatorio en dito punto.

Datos: G= 6'67. 10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}

SOLUCIÓN

a) A intensidade da gravidade no 41 vértice é a suma vectorial da que crean nese punto as masas situadas nos outros tres:

$\mathbf{g_{total}} = \mathbf{g_1} + \mathbf{g_2} + \mathbf{g}_3$ sendo $\mathbf{g} = -\ G\ M\mathbf{r_0} /r^2$

Tomamos como coordenadas dos puntos 1,2,3 e 4 as seguintes:

1(0,0); 2(3,0); 3(0,3); 4(3,3)

$\mathbf{g_1} = -6'67.10^{-11}.(10/18).(3\mathbf{i} + 3\mathbf{j})/4'24 = -\ 2'62.10^{-11}\ \mathbf{i} - 2'62.10^{-11}\ \mathbf{j}$ N/kg

$\mathbf{g_2} = -\ 6'67.10^{-11}.(10/9).(3\mathbf{j}/3) = -7'41.10^{-11}\ \mathbf{j}$ N/kg

$\mathbf{g_3} =$ - 6'67.10^{-11}.(10/9).(3 $\mathbf{i}$/3) = -7'41.10^{-11} $\mathbf{i}$ N/kg

$\mathbf{g}$ = -10'03.10^{-11} $\mathbf{i}$ - 10'03.10^{-11} $\mathbf{j}$ Nkg^{-1}

e o seu módulo será

g = 1,42. 10^{-10} Nkg^{-1}

b) O potencial gravitacional será a suma alxébrica dos potenciais gravitacionais creados nese punto polas masas que se atopan nos outros tres vértices:

$V_{total} = V_1 + V_2 + V_3$ sendo V = - G M/r

V= -6'67.10^{-11} [(10/18$^{1/2}$) + (10/3) + (10/3)] = -6,02. 10^{-10} Jkg^{-1}

10.- Un astronauta de 75 kg xira nun satélite artificial onde a súa órbita dista h da superficie da Terra. Calcular:

a. O período de dito satélite.
b. O peso de dito astronauta.

Datos: g_0= 9'81 m/s^2; h= R_T= 6370 km

SOLUCIÓN

a) O período do satélite é: T = 2pr /v sendo r o radio da órbita e v a velocidade do satélite na órbita.

r = R_T + h = R_T + R_T = 2 R_T = 2.6370.10^3 m

Como $F_C = F_G$ teremos mv^2 /r = G M_T m/r^2 de onde v^2 = GM_T /r

como nos datos non témo-los valores de G e M_T , multiplicaremos e dividirémo-la expresión anterior por R^2_T para deixala en función de g_0, e queda

$v^2 = g_0 (R^2_T /r)$ = 31244850

v = 5589'7 m/s

Para calcula-lo período: T = 2 .p.2 .6370.10^3 /5589'7 = 14321 s = 4 h

b) Como o Peso = F_G e $F_C = F_G$ podemos emprega-la expresión

Peso = mv^2 /r

P= 75.31244850 / 2.6370.10^3 = 183,75 N

11.- Quérese poñer nunha órbita de radio r= 5R/3 un satélite artificial de masa 10 kg, sendo R=6400 km. Calcular:

a. A velocidade de lanzamento.
b. A enerxía total do mesmo.

Datos: g_0= 9'81 ms^{-2}

SOLUCIÓN

a) A enerxía mecánica é a suma da enerxía cinética e a potencial

$E_M = E_C + E_P$

que no caso do orbitando satélite terá a seguinte expresión

$E_M = (1/2)\ mv^2+(-GM_Tm/r) = (1/2)mGM_T/r\ -GM_Tm/r=-(1/2)\ GM_Tm/r$

que posta en función de g_0 quedará $E_M = -\ (1/2)\ g_0m\ (R^2_T\ /r)$

Aplicando o principio de conservación da enerxía, esta será a mesma que no momento de ser lanzado:

$E_{M\ [\text{na órbita}]}= E_C + E_{P\ [\text{no lanzamento}]}$

$-(1/2)g_0\ m\ (R^2_T\ /r)=-GM_T\ m/R_T+(1/2)mv^2_{\text{saída}} =-g_0mR_T\ +(1/2)\ mv^2_{\text{saída}}$

de aquí teremos

$v = [g_0R_T\ (2r- R_T\ )/r\ ]^2 = (g_07R_T/5)^{1/2}$

substituíndo os datos e operando queda

$v= 9'37.\ 10^3$ m/s

b) A enerxía total será como xa vimos

$Em = -\ (1/2)\ g_0\ m\ (R^2_T\ /r) =-\ (1/2)\ g_0\ m\ (3R_T\ /5) = -188'35.\ 10^6$ J

12.- Se o radio da Lúa é unha cuarta parte do da Terra,

a. Calcula a súa masa.
b. Calcula o radio da órbita arredor da terra.

Datos: g_L = 1'7 ms^{-2}; g_T= 9'8 ms^{-2} ; Masa da Terra = $5'9.10^{24}$kg.

Período da lúa arredor da terra = $2'36.10^6$s

SOLUCIÓN

a) A intensidade do campo gravitatorio nas superficies da Lúa e a Terra é:

$g_L = 1'7 = GM_L/R^2_L = GM_L/(R_T/4)^2 = 16GM_L/R^2_T$

$g_T = 9'8 = GM_T/R^2_T$

dividindo unha pola outra e substituíndo a masa da Terra teremos

$1'7/9'8 = 16.M_L/5'9.10^{24}$

de onde: $M_L = 6'40.10^{22}$ kg

b) O período de revolución é: T = 2pr/v ; v = 2pr/T

A partir da relación entre forza centrípeta e forza gravitatoria, temos: $F_C = F_G$

$M_Lv^2\ /r = GM_TM_L/r^2$

$v^2 = GM_T/r$

$(2pr/T)^2 = GM_T/r$

despexando r

$r = [\ GM_T T^2 /4p^2\ ]^{1/3}$

substituíndo os datos e operando teremos

$r = 3'81.10^8$ m

13.- Calcular:

a. A enerxía cinética que debería ter unha persoa de 70kg para orbitar arredor da Terra a unha altura 0.

a. ¿Canta enerxía sería necesaria para elevala a unha órbita estable a 6.370km de altura?

Datos:Raio da terra: 6.370km;G=6'67. 10^{-11} Nm^2Kg^{-2};M_T=5'96.10^{24} kg.

SOLUCIÓN

a) Para que dera voltas sen caer tería que suceder que a súa forza centrípeta fose igual á gravitatoria

$mv^2/R_T = G.M_T m/R^2_T$ de onde sacaremos que mv^2 **=** $GM_T m/R_T$

entón a enerxía cinética é: $Ec = (2)\ mv^2 = (2)\ GM_T m/R_T$

substituíndo os datos nesa expresión obtemos $Ec = 2'18.10^9$ J

b) Cando está na órbita a 6370 km da superficie da Terra terá unha enerxía total:

$E_M = (1/2)\ mv^2 +(-GM_T m/r) = (1/2)mGM_T/r\ -GM_T m/r=-(1/2)\ GM_T m/r$

$E_M = -\ 1/2\ GM_T m/r = -\ 1'09.10^9$ J

esta enerxía será igual á suma da enerxía potencial na superficie da Terra e da enerxía cinética que lle temos que comunicar para poñela en órbita

$E_{P\ sup} = -\ 1/2\ GM_T m/R_T = -\ 2'18.10^9$ J

logo a enerxía cinetica que hai que comunicarlle será

$E_C = E_M - E_{P\ sup} = -\ 1'09.10^9 - (-\ 2'18.10^9) =$ **$1'09.10^9$ J**

14.- Calcular:

a. A velocidade que leva na súa órbita un satélite xeoestacionario.
b. Se fora lanzado cun canon dende a Terra, desprezando o rozamento atmosférico, calcula-la velocidade de lanzamento necesaria.

Datos: $G = 6'67.10^{-11}$ Nm^2kg^{-2} ; $M_T = 5'96.10^{24}$ kg ; R_T = 6370 km

SOLUCIÓN

a) Xeoestacionario, significa que está sempre sobre o mesmo punto, o cal implica que o seu período de rotación ten que ser igual ó da Terra e a súa órbita perpendicular ó Ecuador.

Como sabemos que T = 2pr/v = 86400s ; r = 86400.v/2p

Por outro lado temos que $F_C = F_G$;

$mv^2 /r = GM_T m/r^2$; $r = GM_T /v^2$

Igualando e despexando v teremos

$v = (2p\ GM_T /T)^{1/3} = (2p.6'67.10^{-11}.5'96.10^{24} /86400)^{1/3}$

$v = 3'07.10^3$ m/s

b) A enerxía cinética dun corpo que orbita ó arredor a Terra é:

$E_C= (1/2)mv^2 = (1/2)\ GM_Tm/r$

e a enerxía mecánica é : $E_M = - (1/2)\ GM_Tm/r$

Polo tanto a enerxía mecánica do satélite xeoestacionario é:

$E_M = - (1/2).m.3059^2$ J

A enerxía mecánica expresada en función da E_P na superficie da Terra e da E_C de lanzamento será:

$E_M = - GM_Tm/R_T + (1/2)mv^2_{lanz.}$

$- (1/2).m.3059^2 = - 6'67.10^{-11}.5'96.10^{24}.m /6370.10^3 + (1/2)\ mv^2_{lanz.}$

de onde $v_{lanz.} = 1'07.10^4$ m/s

CUESTIÓNS

1.- A velocidade que se debe comunicar a un corpo na superficie da Terra para que escape da gravidade terrestre e se afaste para sempre debe ser:

a. Maior que $(2g_0R_T)^{1/2}$.
b. Menor que $(2g_0R_T)^{1/2}$.
c. Igual que $(g_0R_T)^{1/2}$.

SOL. a

Para conseguir que un corpo "escape" da atracción gravitatoria, deberemos comunicarlle unha enerxía que permita situalo nun punto no que non estea sometido a dita atracción. Esto ocorre a unha distancia "infinita" do centro da Terra e na que se cumpre que E_T=0. Aplicando o principio de conservación da enerxía mecánica a ambos puntos (cortiza terrestre e infinito) resultará:

$E_M = E_c + E_p$

$E_M = (1/2)\ mv_{escape}^2 + (-GM_Tm/r) =0$

$v_{escape}^2=(2g_0R_T)$; $v_{escape}= (2g_0.R_T)^{1/2}$

Para conseguir que se afaste, deberemos comunicarlle unha velocidade superior a $(2g_0R_T)^{1/2}$

2.- ¿Como varía g o profundizar cara o interior da Terra?

a. Aumenta.
b. Diminúe.
c. Non varía.

SOL. b

Se supoñemos que a Terra é unha esfera maciza de densidade constante, podemos calcula-la masa (M') que nun punto do seu interior é causante da atracción gravitatoria:

$d= M/V; d= d'$

$M_T/(4/3)pRT^3= M'/(4/3)pr^3$

$M'=(r^3/R_T^3)\ M_T$

Como $g'= GM'/r^2$, quedará: $g= G(r^3/R_T^3)\ M_T=g_0r/R_T$

Obténse unha variación lineal de g con r. A medida que r diminúe (ó ir cara o interior da Terra) g tamén diminúe.

O valor máximo de g obtense cando $r= R_T$.

3.- A forza gravitatoria é proporcional á masa do corpo. En ausencia de rozamento, ¿que corpos caen máis rápido?:

a. Os de maior masa.
b. Os de menor masa.
c. Todos igual.

SOL. c

Todos caerían igual, porque aínda que a forza gravitatoria depende da atracción das masas, a intensidade do campo gravitatorio (g) medida como F/m, depende unicamente da masa creadora do campo sendo independente da masa do obxecto que cae. $g= GM/r^2$

Esta intensidade de campo gravitatorio é a que determina a aceleración de caída do corpo.

4.- Se por unha causa interna, a Terra sufrira un colapso gravitatorio e reducira o seu radio a metade, mantendo constante a masa. ¿Como sería o período de revolución arredor do Sol?.

a. Igual.
b. 2 anos.
c. 4 anos.

SOL. a

Dacordo coa terceira lei de Kepler, T^2 e proporcional a R^3, resultando independente da distribución das masas durante a rotación, polo que dito período non se verá modificado.

Dito doutro xeito, o campo gravitatorio é un campo de forzas centrais, no que se mantén constante o momento cinético, polo que de non modificarse o centro de masas das partículas, non se modifica o momento de inercia , e polo tanto a velocidade angular permanecería tamén constante.

$F_C = F_G$; $mv^2 /r = G\ M_Tm/r^2$ de onde $v^2 = GM_T /r$

Como $v=wr= (2p/T)r$; quedará: $T^2= 4p^2r^3/GM_T$

5.-Unha partícula móvese dentro dun campo de forzas centrais. O seu momento angular respecto do centro de forzas:

a. Aumenta indefinidadamente.
b. É cero.
c. Permanece constante.

SOL. c

Nun campo de forzas centrais, a forza é de tipo radial, é dicir F e r teñen a mesma dirección, polo que o seu producto vectorial será nulo (vectores paralelos).

Estamos, pois, en condicións de aplica-lo principio de conservación do momento angular ó cinético. Se o momento da forza é nulo, o momento angular permanecerá constante.

$\mathbf{M_F} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0$

$\mathbf{M_F} = d\mathbf{L}/dt = 0$

Polo tanto **L**= constante

6.- Sexan tres corpos iguais de gran masa, A, B, e C, e un de pequena masa, X. Se os dispoñemos A e B por unha beira e C e X por outra, cos centros igualmente separados:

a. Achegáranse máis rápido A e B.
b. Achegáranse máis rápido C e X.
c. Achegáranse ambas parellas cunha mesma aceleración.

SOL.: a

Segundo a lei de gravitación universal, a forza gravitatoria establécese entre dous corpos cunha intensidade proporcional ó producto das súas masas. En cambio, a aceleración que sofre cada un dos corpos é proporcional á masa do outro. É dicir, a aceleración é proporcional á masa do outro corpo, polo tanto a aceleración de achegamento (suma das aceleracións de cada corpo independente) será maior se algunha das masas é maior, e o achegamento é máis rápido.

7.- G e g son:

a. g maior que G.
b. Unha maior cá outra dependendo do lugar e campo dos que se parta.
c. Non ten sentido facer unha comparación entre g e G.

SOL.: c

Non ten sentido a comparación xa que "g" representa a intensidade de campo gravitatorio (F/m), sendo unha constante non universal que depende da distancia (g= GMm/r); mentres que "G" é unha constante universal que non depende da natureza dos corpos que interaccionan e que toma o valor de $6'67.10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}. Representa a forza gravitatoria con que se atraen dous corpos de 1 kg de masa cada un, situados a 1 m de distancia.

8.- Se nun corpo situado nun campo gravitatorio, a súa E_C é igual á súa E_P (en valor absoluto), eso significa:

a. Que o corpo pode escapar ó infinito.
b. Que o corpo rematará caendo sobre a masa que crea o campo.
c. Que seguirá unha órbita circular.

SOL.: a

Tendo en conta o balance enerxético global: E_C+E_P= -1/2 (GMm/r); este valor será nulo cando r à ¥ .

9.- As órbitas planetarias son planas porque:

a. Os planetas teñen inercia.
b. Non varía o momento angular ó ser unha forza central.
c. Non varía o momento de inercia dos planetas no seu percorrido.

SOL.: b

Se temos en conta que o campo gravitatorio é un campo de forzas centrais no que **F** e **r** son paralelos, esto suporá que o momento da forza será 0 e polo tanto: d**L**/dt =0. Esto representa o principio de conservación do momento cinético.

O momento cinético **L** debe ser constante en módulo (L=I.w=constante), e en dirección e sentido o que implica a existencia de órbitas planas.

10.- Un mesmo planeta, describindo circunferencias arredor do sol, irá máis rápido:

a. Canto maior sexa o raio da órbita.
b. Canto menor sexa o raio da órbita.
c. A velocidade non depende do tamaño da órbita.

SOL.: b

Para que un obxecto se atope en órbita: $F_G= F_C$ => Se r diminúe a forza gravitatoria aumenta, por ser esta inversamente proporcional a r^2; aumentando así a aceleración centrípeta a que está sometida e polo tanto a velocidade.

11.- Coméntese a frase "Tódolos puntos dun mesmo paralelo terrestre e a mesma altura non teñen igual valor da intensidade da gravidade"

a. Falso.
b. Verdadeiro.
c. Depende de que paralelo sexa

SOL.: a

O valor da intensidade da gravidade "g" na codia terrestre depende do radio da terra, que vai ser distinto en función do punto do meridiano no que nos atopemos. Polo tanto, se o valor do radio é distinto (pois a terra non é unha esfera perfecta), tamén o será o valor de "g", que aumentará na proximidade dos polos e diminuirá na proximidade do ecuador.

12.- No movemento da Terra arredor do Sol

a. Consérvanse o momento angular e o momento lineal.
b. Consérvanse o momento lineal e o momento da forza que os une.
c. Varía o momento lineal e consérvase o angular.

SOL.: c

O campo gravitatorio é un campo de forzas centrais no que **F** e **r** son paralelos, esto suporá que o momento da forza será 0 e polo tanto: d**L**/dt =0. Esto representa o principio de conservación do momento cinético. O momento lineal: **p**= m**v** non será constante, xa que o vector **v** cambia continuamente en dirección e sentido.

13.- ¿A que distancia do centro da Terra **g** é igual ó seu valor nun punto do interior da Terra equidistante do centro e da superficie?. R_T = 6400 km

a. 6400 km.
b. 9051 km.
c. 18100 km.

SOL.:b

Calculando "g" nun punto equidistante entre o centro da Terra e a superficie (r= 3200 km); e comparando co valor pedido no exterior resultará:

No exterior: $g= g_0R^2/r^2$

No interior: $g= g_0r/R_T$ (ver cuestión 2)

Onde r= 3200 km e R= 6400 km.

Polo tanto r=9051 km

14.- Cando un obxecto xira en torno a Terra cúmprese :

a. Que a enerxía mecánica do obxecto na súa órbita é positiva.
b. Que a súa velocidade na órbita será $v=(2gR_T)^{½}$.
c. Que a forza centrípeta e a forza gravitatoria son iguais.

SOL.: c

A condición dinámica para a existencia dunha órbita implica a existencia dunha forza que garante a existencia dun movemento circular e polo tanto dunha aceleración centrípeta. A responsabilidade desta forza centrípeta recae no caso do campo gravitatorio na forza gravitatoria. Polo tanto a forza gravitatoria será a forza centrípeta.

15.- A aceleración de caída dos corpos cara a Terra é:

a. Proporcional ó seu peso.
b. Proporcional á forza de atracción entre ambos.
c. Independente da súa masa.

SOL..c

A aceleración de caída dos corpos "g" é a intensidade de campo gravitatorio, representa a Forza exercida por unidade de masa, sendo independente da masa.

$$g= G(M/r^2)$$