VIBRACIÓNS E ONDAS

PROBLEMAS

1.-Un sistema cun resorte horizontal estirado 3 cm sóltase en t=0 deixándoo oscilar libremente, co resultado dunha oscilación cada 0'2 s. Calcula:

a. A velocidade do extremo libre ó cabo de 19 s
b. A aceleración do extremo libre ó cabo de 19 s (Considérase que o amortecemento é desprezable)

SOLUCIÓN

a) O resorte deixado libre describe un MHS, polo tanto, correspóndelle unha ecuación para a elongación: $x = A sen(wt+f_0)$

No instante inicial, a elongación é máxima e $sen(wt+f_0)=1$, e como t=0 $f_0=(p/2)$rad, quedando a ecuación : $x = A sen(wt+p/2)$

Do mesmo xeito podemos razoar para a velocidade, que resulta $v=Awcos(wt+p/2)$

A=3 cm ; $w=2p/T=2p/0'2 = 31'416 rads^{-1}$

Substituíndo os datos anteriores e o tempo transcorrido:

$v = 3.\ 31'416.cos(31'416.19+p/2) = 0\ ms^{-1}$

b) Os mesmos razoamentos son aplicables neste caso, quedando:

$a= - Aw^2 sen(wt+p/2)$

A=3 cm

$w=2p/T=2p/0'2 = 31'416\ rad\ s^{-1}$;

$a = - 3.\ 31'416^2.sen(31'416.19+p/2) = - 29,6\ ms^{-2}$.

A velocidade é nula e a aceleración máxima (pero negativa), atopándonos na situación inicial, xa que transcorreu un número enteiro de períodos. Por erros de redondeo na calculadora ou ordenador, pode darse o caso de que o resultado da velocidade non resulte 0 exactamente.

2.- Un corpo sometido a un movemento harmónico simple realiza 10 oscilacións por segundo. Calcula:

a. A aceleración no centro de oscilación.
b. A aceleración nun dos seus extremos, sabendo que a amplitude do movemento é de 9 cm.

SOLUCIÓN

a) A ecuación do movemento harmónico simple é: $x = A\ sen\ (wt + f_0)$

onde A é a amplitude do movemento, f_0 un desfase constante ó longo do tempo, e w a pulsación.

Sabemos que a velocidade, no movemento harmónico simple, é a derivada da elongación con respecto ó tempo:

$v = A\ w \cos (wt + f_0)$

E que a aceleración é a derivada da velocidade con respecto ó tempo:

$a = - A\ w^2 \text{sen} (wt+f_0)$

No centro de oscilación, a elongación é cero, logo : $0 = A\text{sen} (w\ t + f_0)$

É dicir: $\text{sen} (wt + f_0) = 0$; Logo a aceleración será: $a_0 =$ **0**

b) Nos extremos da oscilación, a elongación é máxima, x=A ou ben x=-A.

É dicir: $\text{sen} (w\ t + f_0) = 1$ ou ben $\text{sen} (wt) = -1$

Logo o valor absoluto da aceleración será $a = A\ w^2$

$A = 9$ cm = 0'09 m ; $n = 10$ osc.s^{-1} = 10 Hertzios ;

$w = 2p/T = 2.p.n = 62'83$ rads^{-1}

substituíndo, obtemos: $a = 0'09 . 3947'61 = 3'5.10^2$ ms^{-2}

3.- Un corpo de 10 g de masa desprázase cun movemento harmónico simple de 80 Hz de frecuencia e de 1 m de amplitude. Acha:

a. A enerxía potencial cando a elongación é igual a 70 cm.
b. O módulo da velocidade cando se atopa nesa posición

SOLUCIÓN

a) A enerxía potencial dun corpo sometido a movemento harmónico simple é:

$Ep = (1/2)mw^2\ x^2$

m =10 g = 0'01 kg, x= 70 cm = 0'7 m ,n = 80 Hz

$w = 2p/T = 2.p.n = 2 . 3'14. 80 = 502'65$ rad.s^{-1}

Substituíndo e operando, obtemos:

$Ep = 0'5.0'01.252661'87.0'49 = 6'2.10^2$ J

b) Como sabémo-la enerxía mecánica é a suma da enerxía cinética e da enerxía potencial e, como a forza causante do movemento vibratorio harmónico é unha forza conservativa, permanecerá constante ó longo de todo o percorrido, de xeito que na posición de equilibrio atoparíase totalmente en forma de enerxía cinética e nos extremos en forma de enerxía potencial.

Polo tanto $E_{mecánica} = E_{Pmáx} = (1/2)mw^2\ A^2$

Substituíndo $E_m = (1/2)0'01.502'65^2\ .1^2 = 1263'29$ J

Calculamos agora a enerxía cinética nese punto como diferencia entre a enerxía mecánica e a enerxía potencial nese punto

$E_c = E_m - E_P = (1/2)mv^2$

$E_c = 1263'29 - 619'02 = 644'27$ J $= (1/2) .0'01.v^2$

de onde resolvendo obtémo-la velocidade

$v = [(644'27.2)/0'01]^{1/2} = 3'6.10^2$ ms^{-1}

4.- Un péndulo eléctrico está formado por unha esfera metálica de 1 g colgada dun fio moi fino de 1'5 m. Faise oscilar nunha rexión na que existe un campo eléctrico uniforme vertical e cárgase a esfera con $1'3. 10^{-8}$ C. Cando o campo é vertical de abaixo arriba, a esfera efectúa 100 oscilacións en 314 s e se o campo está dirixido de arriba abaixo, tarda 207 s en dar 100 oscilacións. Calcular:

a) Intensidade do campo eléctrico.

b) Valor de "g" no lugar da experiencia.

SOLUCIÓN

a) Aplicando consideracións derivadas da dinámica do péndulo simple poderemos deducí-la dependencia do período do mesmo coa Ft responsable de dito movemento harmónico, que debe cumprí-las condicions de forza elástica derivadas da lei de Hooke.

Suporémo-las habituais consideracións de oscilacións pequenas para chegar ó cumprimento de M.H.S.(senf @ f= x/l)

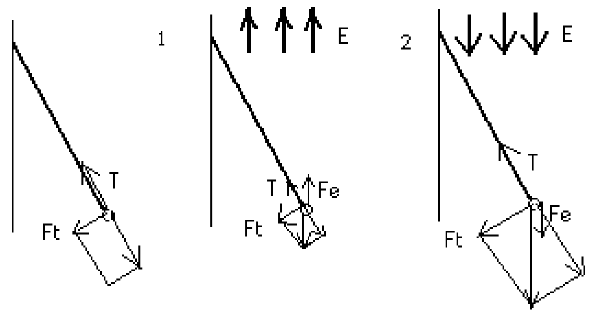
$F_t= -(P-F_e)senf= - (P-F_e) f=- (P-F_e)x/l$

Para o caso 1:

$F_t= -kx \Rightarrow k= (P-F_e)/l$

$K= mw2 \Rightarrow mw^2= (P-F_e)/l \Rightarrow$

$m(2p/T)^2 = (P-F_e)/l \Rightarrow T= 2p[ml/(P-Fe)]^{1/2}$



Para o caso 2 resulta: $T= 2p[ml/(P+Fe)]^{1/2}$

Tendo en conta que F_e= E. q resulta un sistema de 2 ecuacións con 2 incognitas: g e E.

$T_1=3'14 = 2p[1.10^{-3}.1'5/(1.10^{-3}.g- 1'3.10^{-6}.E)]^{1/2}$

T_2=2'07 = 2p[1.10^{-3}.1'5/(1.10^{-3}.g+ 1'3.10^{-6}.E)]$^{1/2}$

Calculamos E = 3. 10^5 N/C

b) Por resolución derivada do apartado anterior obtense g= 9,9 ms^{-2}

5.- Un resorte mide 22'86 cm cando se lle colga unha masa de 70 gramos e 19'92 cm cando se lle colga unha masa de 40 g. Acha:

a. A constante do resorte.
b. A frecuencia das oscilacións se se lle colga unha masa de 80 g

SOLUCIÓN

a) Pola lei de Hooke sabemos que o alongamento do resorte é directamente proporcional á forza aplicada

F = Kx sendo x = l - l_0 o alongamento e K constante do resorte

F_1 = Kx_1 => 0'07.9'8 = K. (0'2286 - l_0)

F_2 = Kx_2 => 0'04.9'8 = K. (0'1992 - l_0)

Resolvendo obtemos: l_0 = 0'16 m; K = 10 Nm^{-1}

b) A forza recuperadora do resorte é a causante da oscilación e polo tanto temos

Kx = mw^{2}x => K = mw^2 => w = (K/m)$^{1/2}$

Ó pendurarlle a masa de 80 g

w = (10/0'8)$^{1/2}$ = 11'18 rads^{-1}

Como n = w/2p = 1'78 Hz

6.- Un punto material oscila cun M.H.S de amplitude 2 cm e frecuencia 10 osc/s. Calcular:

a) A velocidade e aceleración máximas.

b) A velocidade e aceleración no instante t = 1/120 s

SOLUCIÓN

a) Como non poñen condición para o inicio do movemento, consideramos que iniciámo-lo estudio partindo da orixe de coordenadas e o móvil diríxese cara os valores positivos de X, e polo tanto tomamos como ecuación do movemento: x = Asen wt

A ecuación da velocidade será: v = A w cos wt e a velocidade será máxima cando o valor absoluto de cos wt = 1, é dicir cando pasa pola orixe

Como n = w /2p => w = 2p.n = 20p rads^{-1}

Entón substitúese e acádamo-lo módulo da velocidade máxima:

$v_{máx}$ = 1'26 ms^{-1};

Ó deriva-la velocidade obtémo-la aceleración $a = -Aw^2.\text{sen } wt$ e terá o seu máximo valor cando sen wt = 1 é dicir ó pasar polos extremos, sendo o seu valor en módulo $a = Aw^2$

$a_{máx} = 78'96 \text{ m.s}^{-2}$

b) Unha vez vistas as ecuacións en función do tempo, só queda substituír. No instante t = 1/120 s serán

$v = 0'02.20p.\cos(20p.1/120) = 1'09 \text{ ms}^{-1}$

$a = -39'5 \text{ ms}^{-2}$

7.- Un péndulo está constituído por unha pequena esfera, de dimensións que consideramos desprezables, de masa 200 g, suspendida dun fío inextensible, e sen peso aprezable, de 2 m de longo. Calcular:

a. O período para pequenas amplitudes.
b. Supoñamos que no momento de máxima elongación a esfera elévase 15 cm por encima do plano horizontal que pasa pola posición de equilibrio. Calcula-la velocidade e enerxía cinética cando pase pola vertical.

SOLUCIÓN

a) Ó período do péndulo simple é

$T = 2p(l/g)^{1/2}$; $T = 2p.(2/9'8)^{1/2} = 2'84 \text{ m.s}^{-1}$

b) Ó despreza-las perdas de enerxía por rozamento aplícase o principio de conservación da enerxía mecánica de xeito que no punto máis alto estará toda en forma de Ep e no máis baixo en forma de Ec.

No punto máis alto: Ep = mgh = 0'2.9'8.0'15 = 0'294 J

No máis baixo: $E_c = 0'294$ J

$(1/2)mv^2 = mgh \Rightarrow v = (2gh)^{1/2}$; $v = 1'71 \text{ ms}^{-1}$

8.- Unha masa de 2 kg suxeita a un resorte de constante recuperadora $k= 5.\ 10^3$ N/m sepárase 10 cm da posición de equilibrio e déixase en liberdade. Calcular:

a. A ecuación do movemento.
b. A enerxía potencial os 0'1 s de iniciado o movemento.

SOLUCIÓN

a) A ecuación xeral do movemento harmónico simple é:

$x = A\text{sen}(wt + f_0)$

como nos din que o movemento comeza dende unha posición afastada 10 cm da posición de equilibrio, quere dicir que $x_0 = A = 0'1$ m e como $t_0 = 0$, ó substituír, $f_0 = p/2$ rad

Por outra banda, como nos dan a constante do resorte e esta é $K = m.w^2$, ó substituír obtemos $w = 50 \text{ rad.s}^{-1}$.

A ecuación queda $x= 0'1.\text{sen}(50t+p/2)$ m

b) $Ep = (1/2)\ Kx^2$

Substituíndo t polo seu valor de 0'1s na ecuación do movemento obtemos x = 0'028 m, e logo Ep = 2 J

9- Un punto material de 500 g describe un MHS de 10 cm de amplitude realizando dúas oscilacións completas cada segundo.. Calcular:

a) A elongación de dito punto no instante 0'5 s despois de alcanza-la máxima separación.

b) A enerxía cinética que terá o punto móbil ó pasar pola posición inicial de equilibrio.

SOLUCIÓN

a) A partir da frecuencia n = w/2p obtémo-la pulsación w = 4p rad s^{-1}

e tamén o período T = 1/n = 0'5 s

Como o período é tempo que tarda o móbil en repetir tódalas características do movemento coincide co tempo indicado no enunciado, quere dicir entón que se atopará na posición da que partiu

$x_0 = A = 0'1\ m \Rightarrow x_{t\ =\ 0'5} = 0'1\ m$

Podemos obtelo asemade directamente a partir da ecuación do movemento

$x_{t\ =\ 0'5} = 0'1.\text{sen}\ (4p.0'5 + p/2) = 0'1\ m$

b) A enerxía cinética expresada en función da posición do móbil ten a expresión $Ec = (1/2).m.w^2\ .(A^2 - x^2)$.

Como na posición de equilibrio x = 0, substituíndo obteremos

Ec = 0'40 J

10.- Unha onda unidimensional propágase de acordo coa ecuación:

y= 2 cos 2p [(*t*/4) - (*x*/1'6)]; onde as distancias "x" e "y" mídense en metros e o tempo en segundos. Determinar:

a. O módulo da velocidade de propagación.
b. A diferencia de fase, nun instante dado, de dúas partículas separadas 120 cm na dirección de avance da onda.

SOLUCIÓN

a) Da ecuación da onda sacámo-los seguintes datos:

A = 2 m; T = 4 s; l = 1'6 m

como a velocidade de propagación da onda é:

$v = l/T = 1'6/4 = 0'4\ m.s^{-1}$

b) Considerando que cando hai unha distancia x = l, a diferencia de fase é 2p.

A diferencia de fase vén dada por 2p(x/l) = 2p(1'2/1'6) = (3p/2) rad

11.- No sistema da figura, un corpo de 2 kg móvese a 3 ms^{-1} sobre un plano horizontal.

a. Determina-la velocidade do corpo ó comprimirse 1cm de resorte, de cte. k=1000Nm^{-1}. Non se ten en conta a fricción.
b. Compresión máxima do resorte.

SOLUCIÓN

a) No momento do contacto do corpo co resorte, toda a enerxía do conxunto atópase na forma de enerxía cinética. Ó irse comprimindo o resorte esta enerxía cinética vaise transformando en enerxía potencial de xeito que cando estea no máximo de compresión toda a enerxía estará en forma potencial.

$Em = Ec_{max} = Ep_{max}$

$Ec_{max} = (1/2)mv^2_{max} = (1/2).2.3^2 = 9$ J

Nas posicións intermedias:$Em = Ec + Ep = mv^2/2 + kx^2/2$

Logo, cando se ten comprimido 1 cm teremos $9 = (1/2).2.v^2 + (1/2).1000.0'01^2$

$v = 2'992\ m.s^{-1}$

b) No momento da máxima compresión, a en. Cinética é 0, e

$9 = (1/2).1000.A^2$; A = 0'134 m

12.- Un péndulo ten unha lonxitude de 1 m e un corpo colgado no seu extremo de 1 kg é desviado da súa posición de equilibrio quedando solto a medio metro de altura. Calcula-la súa velocidade no punto máis baixo:

a. Por enerxías.
b. Valora-la aplicación das ecuacións do M.H.S.

SOLUCIÓN

a) Como a enerxía mecánica consérvase DEp + DEc = 0. Polo tanto, en valor absoluto, m g D h = $(1/2)m\ v^2$

de onde $v = (2gh)^{1/2}$; v = (2.9'8.0'5) = 3'13 $m.s^{-1}$

b) Nun M.H.S., a ecuación correspondente para a velocidade é

v=Awcos(wt), sen ter en conta o desfase inicial.

A amplitude é

A=1.sen [arcos(L-h)] =1.sen [arcos(0'5)] =1.sen60º = 0'866m

Por outra banda, $w=2p/T=(g/l)^{1/2}=3,13\ rad.s^{-1}$

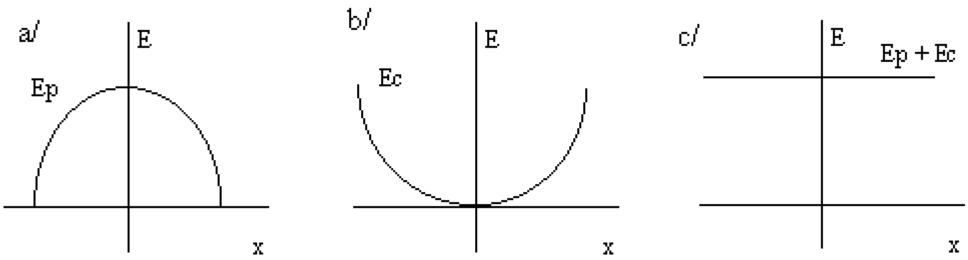
Como para a v máxima o coseno é 1 (en valor absoluto), temos

$v_{max} = Aw = 2,7ms^{-1}$

Comentario: Vemos unha diferencia aprezable no cálculo por ambos métodos. O método das enerxías sempre é aplicable, mentres que o amplo ángulo (60º) fai desaconsellable o uso das ecuacións do MHS. O movemento non é un MHS.

CUESTIONS

1.- Nun péndulo simple, indica cal das seguintes gráficas se axusta correctamente á relación enerxía/elongación:



SOL. c

Un péndulo sinxelo pode asimilarse a un oscilador harmónico. Nun oscilador harmónico a enerxía total do mesmo permanece constante e independente da elongación, sendo o seu valor $E= (1/2)\ K\ A^2$.

A gráfica a) sería incorrecta pois o máximo valor da enerxía potencial sería cando x=A. Cando x=0 a Enerxía potencial sería nula.

A gráfica b) tamén é incorrecta pois a enerxía cinética máxima sería para x=0 ó pasar polo punto central do movemento.

2.- De dous resortes elásticos con idéntica constante cólgase a mesma masa. Un dos resortes ten dobre lonxitude que o outro, entón, o corpo vibrará:

a. Coa mesma frecuencia.
b. O de dobre lonxitude con frecuencia dobre.
c. O de dobre lonxitude coa metade da frecuencia.

SOL. a.

O período de vibración dun resorte elástico vén dado por:

$T= 2p(m/k)^{1/2}$

Se a masa e as constantes son iguais, o período de ambos, e polo tanto, a súa frecuencia serán iguais, ó non influí-la lonxitude do resorte.

Pola mesma razón, a non influencia da lonxitude do resorte, as outras dúas opcións son falsas.

3.- Cando un movemento ondulatorio se reflicte, a súa velocidade de propagación:

a. Aumenta.
b. Depende da superficie de reflexión.
c. Non varía.

SOL. c.

A reflexión é un fenómeno ondulatorio polo que as ondas modifican a dirección na velocidade de propagación ó chocar contra unha superficie. Polo tanto, sen producirse cambio no módulo da súa velocidade de propagación, ó non cambiar o medio de propagación.

4.-Se se cambian á vez o ton e a intensidade dun son procedente dunha trompeta, ¿cales das seguintes magnitudes teñen que cambiar necesariamente?.

a. Frecuencia e lonxitude de onda.
b. Só a frecuencia.
c. Amplitude, frecuencia e lonxitude de onda.

SOL. c.

As cualidades do son as que se refiren, intensidade e ton, están directamente relacionadas coa amplitude (intensidade) e coa frecuencia(ton). Por outra banda, frecuencia e lonxitude de onda para unha velocidade de propagación determinada, tamén están relacionadas entre si (v= ln).

Por isto, unha modificacion de ton e intensidade supoñen unha modificación de amplitude, frecuencia e lonxitude de onda.

5.- A enerxía que transporta unha onda é proporcional a:

a. A frecuencia.
b. A amplitude.
c. Os cadrados da frecuencia e da amplitude.

SOL. c.

Un mov. Ondulatorio é un movemento vibratorio que se propaga. De acordo coa ecuación que determina a enerxía do movemento vibratorio dunha partícula:

$E =(1/2)kA^2= (1/2)mw^2. A^2 = (1/2)m4p^2n^2A^2$, proporcional ó cadrado de frecuencia e amplitude

6.- Un movemento harmónico sinxelo determinado é a proxección doutro movemento circular uniforme. A aceleración centrípeta no movemento circular é:

a. Maior ou igual á aceleración no MHS.
b. Sempre menor.
c. Menor ou igual á aceleración no MHS.

SOL.: a

A aceleración no MHS é unha función sinusoidal, máxima no punto de elongación máxima ($a= w^2.A$) e nula no punto de equilibrio (onde a velocidade é máxima).

A aceleración centrípeta do movemento circular uniforme correspondente, $a=w^2r$ será igual á devandita aceleración do MHS cando r= A, e sera sempre maior para valores r<A.

7.- Unha onda sen rozamentos amortécese de tal xeito que a amplitude é proporcional á inversa da raíz cadrada da distancia á orixe. Esto débese a que é unha onda:

a. Esférica.
b. Cilíndrica.
c. Lineal.

SOL.: b

Tendo en conta que a intensidade do movemento ondulatorio é a relación entre a potencia (ou enerxía por unidade de tempo) e a superficie normal á dirección de propagación, teremos para ondas cilíndricas:

I= P/2pR.h

A intensidade é proporcional á enerxía e esta é directamente proporcional á amplitude de oscilación ($E= 1/2\ k.A^2$), resultará que I será directamente proporcional a A^2 e inversamente proporcional a R. Polo tanto, A será inversamente proporcional a $R^{1/2}$.

8.- Escoitando un coro, atopamos nunha nota mantida que se producen altibaixos de sonoridade. Popularmente dise que é debido a que alguén "desentoa". Na realidade, o que pasa é que alguén:

a. Está dando unha frecuencia sonora diferente ó resto.
b. Está producindo unha intensidade diferente.
c. A composición das frecuencias que constitúen a súa voz nese momento é diferente á dos seus compañeiros.

SOL.: a

Unha das cualidades do son, o ton, que nos permite distinguí-los sons agudos dos graves, depende da súa frecuencia fundamental. Cando as frecuencias fundamentais das ondas que se compoñen son diferentes, a composición das ondas pasa por intervalos de tempo nas que se producen interferencias constructivas e outros nas que se producen destructivas, interpretadas como altibaixos de sonoridade. Polo tanto "desentoar" supón modificar esta frecuencia fundamental.

9.- A velocidade dunha onda:

a. Varía coa fase na que se atope o punto.
b. Varía coa distancia do punto á orixe.
c. Varía, se mantémo-la lonxitude de onda, coa frecuencia.

SOL.: c

A velocidade dunha onda é o resultado do producto da lonxitude de onda pola frecuencia, de aí que mantendo constante a lonxitude de onda, só se verá modificada por un cambio de frecuencia.

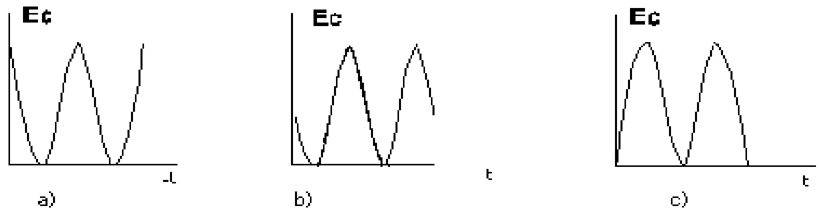
10- Na composición de dúas ondas luminosas das mesmas características prodúcense lugares onde non hai iluminación aprezable.

a. Esto é unha reflexión.
b. Prodúcese unha interferencia.
c. Non é certo, non se produce nunca.

SOL.: b

As interferencias prodúcense por superposición de dous movementos ondulatorios. Neste caso estamos a considera-lo comportamento ondulatorio da luz. Cando dúas ondas luminosas estacionarias producidas por focos distintos que se propagan polo mesmo medio se atopan nun mesmo punto, prodúcese o fenómeno das interferencias. Posto que a luz ten natureza electromagnética, as perturbacións mutuas preséntanse como reforzos ou debilitamentos dos campos eléctricos e magnéticos, equivalentes á composición constructiva ou destructiva das mesmas.

11.- As condicions iniciais dun oscilador harmónico son: tempo (t=0), elongación (x=0) e velocidade (v¹ 0). ¿Que perfil representa correctamente a variación da Ec co tempo nun período?.



SOL.:a

A enerxía cinética: E_C= (1/2)mv^2 = (1/2)mw^2(A^2-x^2), ten o máximo valor cando x=0 que neste caso coincide con t=0' e para un período completo a gráfica correcta é a 1(t=T).

12.-Dúas partículas teñen un MHS coa mesma frecuencia e amplitude e móvense na mesma traxectoria. Se se cruzan no centro da traxectoria, a diferencia de fase será:

a. p/2 radiáns.
b. p radiáns.
c. 3p/2 radiáns.

SOL.:b

Cando coinciden no centro de oscilación dous MHS coa mesma frecuencia, para ambos se cumpre que A sen(wt+f)=0' co que sen(wt+f)=0 e wt+f=np, polo que ambas partículas teñen movementos que, nese momento (e polo tanto en tódolos momentos, pois a frecuencia é a mesma para ambos) só se poden diferenciar nun múltiplo de p radiáns. Se a diferencia fora múltiplo de 2p radiáns estarían en fase, polo que a diferencia de fases ten que ser dun número impar de veces p radiáns.

13.-A enerxía mecánica dun oscilador harmónico:

a. Duplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.
b. Duplícase cando se duplica a frecuencia da oscilación.
c. Cuadriplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.

SOL.:c

Como a enerxía mecánica dun oscilador harmónico é E= (1/2)kA^2, resulta que se duplicamos A, cuadriplícase E.

14.- Unha corda colga do alto dunha torre alta de xeito que o extremo superior é invisible e inaccesible, pero o extremo inferior si se ve. ¿Como averiguaría-la lonxitude da corda?

a. É imposible.

b. Medindo a amplitude da oscilación.
c. Medindo o período da oscilación.

SOL.:c

Considerando un comportamento de péndulo simple, se medímo-lo período T= 2p $(l/g)^{1/2}$, coñecido g, poderemos calcula-lo valor de l.

(Nota: se a densidade lineal da corda non é desprezable, teriamos que aplica-la relación que nos dá o período nun péndulo físico, o que tornaría máis complicada a solución polo cálculo de I en función da densidade e lonxitude