

TEMA 7: DINÁMICA¹ DE LA PARTÍCULA

- 7.1. Introducción histórica.
- 7.2. Interacción entre partículas. Leyes de Newton de la dinámica.
- 7.3. Fuerzas de particular interés.
- 7.4. Cantidad de movimiento: conservación. Impulso.

7.1 INTRODUCCIÓN HISTÓRICA.

La observación y el estudio de los movimientos (tanto de los cuerpos terrestres como de los celestes) ha atraído la atención del hombre desde tiempos remotos. Así, es precisamente en la antigua Grecia donde tiene su origen la sentencia “Ignorar el movimiento es ignorar la naturaleza”, que refleja la importancia capital que se le otorgaba al tema. Siguiendo esta tradición, científicos y filósofos observaron los movimientos de los cuerpos y especularon sobre sus características.

En la Antigua Grecia, las principales ideas sobre la naturaleza las encontramos en **Aristóteles** (s. IV a.C.)

El estudio de la naturaleza de Aristóteles parte de la observación de los fenómenos para, a partir de ahí, deducir sus causas a partir de primeros principios. No es un estudio “científico” como entendemos actualmente, ya que no exige la comprobación experimental de las conclusiones obtenidas. Se da mayor importancia a la coherencia del razonamiento y al “sentido común”, aunque en ocasiones se contradiga con la experiencia.

Aristóteles basa sus razonamientos sobre la naturaleza en dos principios, básicamente:

- La teoría de los cuatro elementos: Cualquier sustancia en la naturaleza está constituida por mezcla de cuatro elementos básicos: tierra, agua, aire y fuego. Establece un quinto elemento para los cielos, el éter, que es eterno e inmutable.
- El principio de finalidad (teleología): Todo cambio en la naturaleza tiene una finalidad, el perfeccionamiento de la misma.

Así, en cuanto al movimiento (un cambio de lugar), Aristóteles establece que el estado natural de un cuerpo es el reposo. Cuando se mueve es porque se le esté forzando o porque intenta ir hacia un sitio mejor, por afinidad con el elemento del que está formado (una piedra tiende a ir hacia la tierra, el fuego tiende a subir hacia el fuego supremo que es el Sol). De este modo se distinguen:

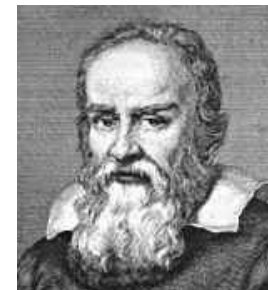
- Movimientos naturales
 - Cuerpos celestes: Movimiento circular (considerado el movimiento perfecto)
 - Cuerpos terrestres (imperfectos): Movimiento hacia lo que le es propio. Son movimientos uniformes de caída (cuerpos graves) o subida (cuerpos ligeros).
- Movimientos forzados: Ocurren de forma no natural, cuando empujamos o tiramos de algo. Desaparecen cuando cesa la causa (fuerza). El rozamiento no es incluido como una fuerza aplicada, sino sólo como un impedimento al movimiento, ocasionado por la imperfección de los cuerpos terrestres.

Esta descripción del movimiento es muy limitada, y muchas veces se contradice con la experiencia. Por ejemplo, no explica el hecho de que una piedra siga subiendo después de soltarla (propone que el aire que rodea a la piedra sigue impulsándola). Ya algunos seguidores critican y modifican la teoría, pero lo fundamental del pensamiento de Aristóteles se sigue manteniendo durante la Antigüedad y la Edad Media.

Ya en el siglo XVII, se inicia el estudio científico del movimiento con **Galileo Galilei** (1564-1642). Basándose en la experiencia y el razonamiento (y no en la autoridad de pensadores anteriores), descubre que el movimiento es un estado tan natural como el del reposo, y que no es necesaria la acción de una fuerza para que un cuerpo permanezca en movimiento. El efecto de la fuerza que apliquemos será un cambio en dicho movimiento (ya sea para aumentar su rapidez, frenarlo o desviarlo). Un cuerpo sobre el que no se aplique ninguna fuerza permanecerá en el estado en que se encuentre, ya sea de reposo o de movimiento, tiene tendencia a continuar en su estado, ya sea de reposo o de movimiento).

Además de estudiar los movimientos de caída rectilíneos y parabólicos, Galileo descubre los satélites de Júpiter, defiende el sistema Heliocéntrico de Copérnico (por lo que es perseguido por la Iglesia) y desecha la clasificación de movimientos naturales y forzados, incluso para los cuerpos celestes, dejando claro el camino a **Isaac Newton** para el descubrimiento de la ley de la gravedad y de las leyes de la dinámica.

Posteriormente, la descripción y explicación de las fuerzas eléctricas (s. XVIII) y magnéticas (s. XIX), y las fuerzas nucleares fuerte y débil en el s. XX, completan la descripción actual que tenemos acerca de la dinámica.



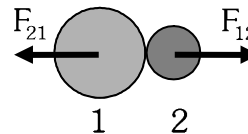
¹ Dinámica: Parte de la Física que estudia los movimientos, atendiendo a sus causas.

7.2. INTERACCIÓN ENTRE PARTÍCULAS. LEYES DE NEWTON:

Fuerza: Es una magnitud vectorial que mide la intensidad de la interacción entre dos cuerpos.

De la definición anterior podemos extraer las características generales que cumplen las fuerzas:

- Siempre que exista una interacción entre dos cuerpos (es decir, que un cuerpo actúe sobre otro), se ejercerán fuerzas entre ambos cuerpos. Por ejemplo, choques, contactos, rozamientos, atracción gravitatoria, atracciones o repulsiones eléctricas y magnéticas... Para que exista interacción no es necesario que los cuerpos estén en contacto.
- Los cuerpos **no tienen** fuerza por sí mismos. **Ejercen fuerzas al interactuar con otros.** Al finalizar la interacción, por tanto, también dejan de ejercerse estas fuerzas.
- Para que se ejerzan fuerzas son necesarios dos cuerpos que interactúen. El primer cuerpo ejercerá una fuerza sobre el segundo, y el segundo ejercerá una fuerza sobre el primero. Ambas fuerzas son iguales y de sentido contrario.



Las fuerzas, como magnitudes vectoriales, se representan por vectores (módulo, dirección, sentido). El punto de aplicación de la fuerza se coloca sobre el cuerpo que sufre la fuerza.

Las diferentes fuerzas que actúen sobre un cuerpo pueden sumarse (vectorialmente). El resultado de sumar todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo se denomina **resultante** del sistema de fuerzas ($\Sigma \vec{F}$).

Sólo tiene sentido sumar las fuerzas que actúan sobre un mismo cuerpo, ya que son estas las que influirán en su movimiento.

Unidades: La unidad de fuerza en el Sistema Internacional de unidades es el Newton (N).

Otras unidades:

Sistema técnico: kilopondio (kp); 1 kp = 9.8 N ~ 10 N.

Sistema CGS: dina 1 dina = 10⁻⁵ N

Efectos de las fuerzas: Las fuerzas pueden producir dos efectos posibles en los cuerpos:

- Deformaciones
- Cambios en el movimiento (aceleraciones)

A lo largo de este tema nos dedicaremos a estudiar fundamentalmente el segundo de los efectos, ya que consideraremos a los cuerpos como partículas puntuales, sin forma ni tamaño, con lo que no tendría sentido hablar de deformación.

LEYES DE NEWTON):

Fueron propuestas, junto con las definiciones de masa y fuerza, por Isaac Newton (1642-1727) en su obra *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (Principios matemáticos de la filosofía natural), publicada en 1686.²



1ª LEY: (LEY DE INERCIA) (1º PRINCIPIO DE LA DINÁMICA):

“Todo cuerpo tiende a continuar en su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme a menos que sobre él actúe una fuerza neta que le obligue a cambiar este movimiento.”

La **fuerza neta** será la resultante (la suma) de todas las fuerzas que actúen sobre el cuerpo. Podemos expresar también esta ley diciendo que *“Siempre que $\Sigma \vec{F} = 0$, el cuerpo mantiene su estado de movimiento”* (y siempre que el cuerpo mantenga su estado, es porque $\Sigma \vec{F} = 0$)

Esta tendencia que tiene el cuerpo a continuar en el estado que estaba fue llamada *vis inertiae* (actualmente *inercia*) por Newton. Hay que resaltar que la inercia no es ninguna fuerza, es simplemente la tendencia que tiene cualquier cuerpo a continuar tal y como estaba, hasta que lo obliguemos a cambiar. La inercia de un cuerpo depende fundamentalmente de la masa que éste tenga. A mayor masa, más difícil será modificar su movimiento.

² Es muy recomendable leer el capítulo 3 de *Biografía de la Física*, de George Gamow, donde aparecen las leyes tal como Newton las expresó.

La primera ley de inercia y los sistemas de referencia están estrechamente ligados. Hasta ahora hemos visto cómo influye el planteamiento y la resolución de un problema físico el sistema de referencia que hayamos elegido, pero a partir del primer principio podemos clasificar los sistemas de referencia en dos:

- **Sistema de referencia inercial** (aquel que cumple el primer principio de la dinámica de Newton. Es aquel sistema de referencia que está en reposo o moviéndose con velocidad constante respecto a un S.R. en reposo)

- **Sistema de referencia no inercial** (aquel que no cumple el primer principio de la dinámica de Newton. Es un sistema de referencia que se mueve con aceleración, como en el caso de un autobús cuando frena. Los pasajeros del autobús notan como si algo les empujara hacia delante, aplicándoles una “fuerza imaginaria”. O en un coche que toma una curva, notamos como si algo nos empujara hacia un lado con una “fuerza centrífuga”. Esas “fuerzas” no existen realmente, lo que ocurre es que nuestro sistema de referencia sufre aceleración y nosotros tendemos a continuar nuestro movimiento)

En todas las cuestiones y problemas, usaremos sistemas de referencia inerciales.

2ª LEY: (RELACIÓN CAUSA-EFECTO) (2º PRINCIPIO DE LA DINÁMICA)

“El cambio de movimiento (aceleración) originado en una partícula es proporcional a la resultante de las fuerzas aplicadas sobre la partícula, y va en la misma dirección y sentido que dicha resultante.”

Lo dicho anteriormente puede resumirse mediante una fórmula que relaciona el efecto (la aceleración) con la causa que la ha producido (la fuerza resultante). La constante que relaciona ambas magnitudes es la masa del cuerpo.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad \vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m}$$

Esta expresión es la que utilizaremos en la mayoría de los problemas. De ella se pueden extraer varias conclusiones:

- Usando unidades del S.I, vemos que $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ ms}^{-2}$, es decir $[\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$
También: $1 \text{ dina} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2} = 10^{-3} \text{ kg} \cdot 10^{-2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} = 10^{-5} \text{ N}$
- La dirección y sentido de la aceleración coinciden con las de la fuerza resultante.
- La expresión nos está indicando un relación entre vectores. Es decir, si nos encontramos ante un problema en dos dimensiones, como corresponde a este curso, tendremos dos componentes de la ecuación.

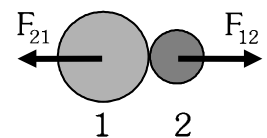
$$\Sigma F_x = m \cdot a_x$$

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y$$
- De esta segunda ley puede obtenerse la primera (ley de inercia) como un caso particular. Si hacemos que $\Sigma \vec{F}$ sea cero, la aceleración también será cero, con lo que el movimiento no cambiará (seguirá tal como estaba).
- Una misma fuerza no tiene por qué producir siempre el mismo efecto. Dependerá del cuerpo sobre el que esté aplicado (de su masa).

3ª LEY: (PRINCIPIO DE ACCIÓN-REACCIÓN) (3º PRINCIPIO DE LA DINÁMICA)

“En toda interacción entre dos cuerpos, se ejercen dos fuerzas, una aplicada sobre cada cuerpo, que son iguales en módulo y dirección, y en sentidos contrarios”.

Lo que quizá más pueda sorprendernos de esta tercera ley es el hecho de que las dos fuerzas tengan el mismo valor. Es decir, si le damos una patada a un balón, el balón ejerce sobre nuestro pie una fuerza igual. Si la Tierra nos atrae, nosotros atraemos a la Tierra con la misma fuerza. ¿Por qué entonces los cuerpos caen y la Tierra no sube? ¿Por qué el balón sale disparado y nuestro pie no sale rebotado hacia atrás? La razón hay que buscarla en la segunda ley. Las fuerzas que actúan son iguales, pero los efectos que producen (las aceleraciones) dependen también de la masa. La Tierra tiene una masa tan enorme que la aceleración que sufre es insignificante, inapreciable. El balón tiene mucha menos masa que nuestra pierna, y sufre más aceleración (la pierna también se ve frenada en su movimiento, debido a la acción de la fuerza que le ejerce el balón).



7.3 ESTUDIO DE ALGUNAS FUERZAS DE ESPECIAL INTERÉS:

7.3.1 FUERZA GRAVITATORIA. LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL.

$$\vec{P} = \vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$$

Hasta ahora, en cursos anteriores, hemos usado como definición de fuerza gravitatoria (peso) la siguiente: “Fuerza de atracción que ejerce la tierra sobre un cuerpo.” Pero ¿El cuerpo no ejerce ninguna fuerza de atracción sobre la Tierra? ¿No se cumple el principio de acción-reacción? ¿Pesa igual un objeto en la Tierra que en la Luna, al nivel del mar o en la cima de una montaña? ¿por qué el valor de 9,8 para la gravedad?

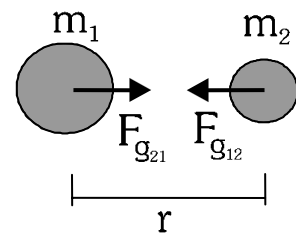
A finales del siglo XVII Isaac Newton formuló la ley de gravitación universal, con la que se explicaban los movimientos que se observan en los planetas del sistema solar, así como los movimientos de caída libre de los cuerpos. Así, el movimiento de caída de una manzana se explica de la misma forma que las órbitas de la Luna en Torno a la Tierra. La ley de gravitación universal dice así

“*Todos los cuerpos, por el hecho de tener masa, se atraen entre sí con una fuerza gravitatoria, que es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa*”.

Matemáticamente, en módulo:

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

donde G es una constante universal de valor $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$.



Gravedad terrestre:

Hasta ahora hemos calculado el peso de un cuerpo aplicando la expresión $F_g = m \cdot g$.

Pero ya sabemos que también la podemos calcular con la ley de gravitación universal, siendo m_1 igual a la masa de la Tierra (M), y r la distancia desde el centro de la Tierra hasta el centro del cuerpo.

$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Las dos fórmulas deben darnos el mismo resultado, por lo que llegamos a la conclusión de que el valor de la gravedad, g , es igual a $g = G \cdot \frac{M}{r^2}$

Valores de gravedad superficial (g_0) en el Sistema solar (en m/s^2)

Mercurio:	3,6
Venus:	8,6
Tierra:	9,8
Luna:	1,6
Marte:	3,7
Júpiter:	25,9
Saturno:	11,3
Urano:	11,5
Neptuno:	11,6
Plutón:	(1,2)?

Esta fórmula nos permite calcular la gravedad a cualquier distancia del centro de la Tierra. Si calculamos su valor en la superficie (g_0), sustituyendo los datos ($M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $r = R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$) obtendremos el valor conocido de $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ aprox. Para cualquier planeta, basta sustituir su masa y su radio.

Una característica importante que observamos de la gravedad (g), es *que su valor disminuye con la altura*. Cuanto más alejado esté un objeto del centro del planeta, menor será la atracción que se ejercerá entre ambos cuerpos (menos pesará el objeto).

Aunque el peso de un cuerpo disminuye con la altura, para alturas de pocos km sobre la superficie terrestre, puede considerarse que la gravedad, g , se mantiene constante en $g = 9,8 \text{ ms}^{-2} \sim 10 \text{ ms}^{-2}$. El punto de aplicación del peso es el **centro de gravedad del cuerpo**.

7.3.2. TENSIÓN:

Fuerza que ejerce una cuerda o cable tenso sobre sus extremos

Para una misma cuerda, el valor de T es el mismo en ambos extremos

Cuando T se haga 0, significará que la cuerda deja de estar tensa (se ha aflojado).

Normalmente, cuerdas y cables tienen un valor de tensión máxima que pueden soportar sin romperse.



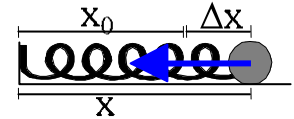
7.3.3 FUERZA ELÁSTICA :

Los cuerpos elásticos, al deformarse por la acción de una fuerza, intentan recuperar su forma inicial. Es decir, ejercen una fuerza que se opone a la deformación. Esta fuerza se denomina fuerza elástica, y tiene estas características:

- Depende del tipo de material (esto se ve reflejado en una constante, K (cte. elástica)). [K] =N/m
- Es proporcional a la deformación realizada (es decir, a mayor deformación, mayor fuerza opondrá el cuerpo elástico).
- Se opone a la deformación realizada.

Estas tres características quedan recogidas en la ley de Hooke:

$$\vec{F}_e = -K \cdot \Delta\vec{x}$$



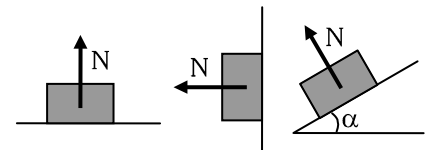
Hay que destacar que la elasticidad de los cuerpos posee un limite. Si estiramos indefinidamente un muelle llegará un momento en que no será capaz de recuperar su forma inicial, y se quedará estirado. Al límite a partir del cual ocurre esto se denomina **límite elástico**.

7.3.4 FUERZAS DE CONTACTO:

Cuando dos cuerpos entran en contacto, se ejercen fueras iguales y de sentido contrario entre ambos cuerpos. Estas fuerzas, llamadas **reacciones**, tendrán, en general, cualquier dirección. Pero siempre podremos descomponer la reacción en dos componentes: una perpendicular a la superficie de contacto, y otra en dirección paralela a la superficie de contacto.

- La componente perpendicular recibe el nombre de **normal**.
- La componente paralela recibe el nombre de **fuerza de rozamiento**.

Normal: Respuesta del plano a todas las fuerzas perpendiculares a él. Esta reacción de la superficie explica el hecho de que el cuerpo no se hunda en la superficie.



Es una fuerza perpendicular a la superficie y siempre va en sentido hacia fuera.

Ya que esta fuerza se debe al contacto entre las dos superficies, desaparecerá cuando los dos cuerpos dejen de estar en contacto.

Se calcula haciendo $\Sigma \vec{F}_y = 0$ si no hay movimiento en ese eje.

Fuerza de rozamiento: Es debida a la rugosidad de las superficies que están en contacto. Aparece cuando una superficie intenta deslizar sobre la otra. Entonces aparecen fuerzas sobre ambas superficies (3ª ley Newton) que se oponen a dicho deslizamiento. Es una fuerza paralela a las superficies que estén en contacto.

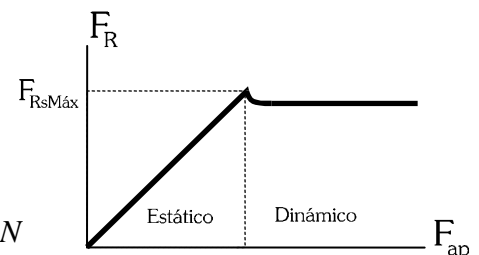
El rozamiento entre dos superficies dependerá básicamente de:

- La rugosidad de las superficies: Según el tipo de superficie, tendremos más o menos rozamiento. Esto viene indicado por un coeficiente característico para cada pareja de superficies, llamado coeficiente de rozamiento (μ)
- La intensidad del contacto entre ambas superficies. Es la fuerza normal la que nos indica si el contacto es más o menos intenso.

Existen dos tipos de rozamiento, según que el cuerpo se mueva o no.

F Roz. estática: | Mientras el cuerpo no se mueve $F_R = F_{aplicada}$
 En el límite $F_{RsMAX} = \mu_s \cdot N$

F Roz. dinámica: | Cuando se produce un deslizamiento $F_R = \mu \cdot N$



La fuerza de rozamiento dinámica es siempre algo menor que la fuerza estática máxima que puede ejercer la superficie. Esto explica el hecho de que necesitemos más fuerza para comenzar a arrastrar una caja que para mantener el movimiento una vez iniciado. Se cumple siempre que $\mu < \mu_s$

7.4. CANTIDAD DE MOVIMIENTO. CONSERVACIÓN.

La cantidad de movimiento de una partícula (\vec{p}), es una magnitud vectorial que se define como el producto de la masa de la partícula por su velocidad.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Esta magnitud nos da una idea de la intensidad que tiene un determinado movimiento, o sea, de si necesitaremos realizar un mayor o menor esfuerzo para modificarlo.

Por ejemplo: comparamos dos vehículos con la misma masa, pero el primero se mueve a mayor velocidad que el segundo. Es claro que para frenar, o desviar primer vehículo, es necesario un mayor esfuerzo.

Del mismo modo ocurre si comparamos dos móviles a la misma velocidad, pero con masas muy diferentes (un camión y una motocicleta, ambos a 100 km/h). El esfuerzo necesario para cambiar el movimiento del camión es mucho mayor que el que hace falta para frenar la motocicleta.

Unidades: en el S.I se mide en $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (no tiene ningún nombre propio)

Esta magnitud es aditiva (se puede sumar, es decir, si tenemos un cuerpo formado por muchas partículas, la cantidad de movimiento total será la suma de las cantidades de movimiento de cada partícula.

$$\vec{p}_{TOT} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots$$

Relación entre cantidad de movimiento y fuerzas aplicadas:

Supongamos que un cuerpo con masa m sufre un cambio en su velocidad. Su cantidad de movimiento tendrá un incremento dado por

$$\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v}$$

Si calculamos la variación de \vec{p} en cada segundo (dividimos por el tiempo transcurrido)

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Pero $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$, con lo que nos queda $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{a} = \Sigma \vec{F}$, aplicando la 2ª ley de Newton

En resumen, tenemos

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F}$$

“La variación de la cantidad de movimiento con el tiempo es igual a la resultante de las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo”

O lo que es lo mismo: “La cantidad de movimiento de un cuerpo cambia debido a la acción de fuerzas sobre él”.

Si despejamos, obtenemos $\Delta \vec{p} = \Sigma \vec{F} \cdot \Delta t$

El producto de la fuerza por el tiempo que ha estado actuando se denomina **impulso** (\vec{I}) $\vec{I} = \Sigma \vec{F} \cdot \Delta t$

Se mide en $\text{N} \cdot \text{s}$, y es igual al cambio total que se ha producido en la cantidad de movimiento.

$$\Delta \vec{p} = \vec{I}$$

Conservación de la cantidad de movimiento:

Acabamos de ver que la cantidad de movimiento cambiará cuando exista una resultante de fuerzas aplicada sobre la partícula ($\Sigma \vec{F} \neq 0$). Por lo tanto, para que la cantidad de movimiento se conserve ($\vec{p} = \text{cte}$), es necesario que la resultante de todas las fuerzas que actúen sobre el cuerpo sea cero ($\Sigma \vec{F} = 0$). A esto se le conoce como Principio de conservación de la cantidad de movimiento.

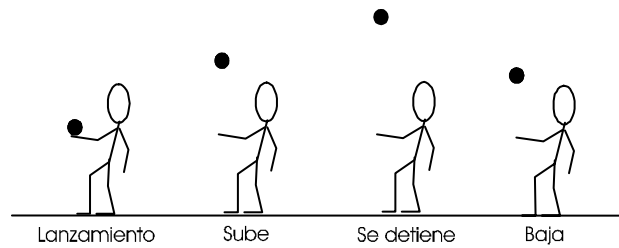
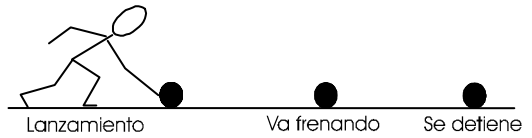
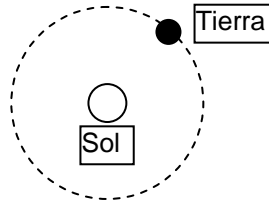
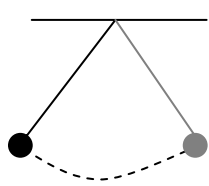
“La cantidad de movimiento de una partícula permanece constante si y sólo si la resultante de las fuerzas que actúan sobre la partícula es cero” (esto, a fin de cuentas, es otra forma de expresar el primer principio de la dinámica.)

Este principio tiene bastante aplicación en los problemas de cuerpos que chocan, explosiones, etc.

CUESTIONES Y PROBLEMAS TEMA 7: DINÁMICA DE LA PARTÍCULA

Cuestiones:

1. Para las siguientes situaciones, identificar y dibujar las fuerzas que actúan sobre los objetos móviles:



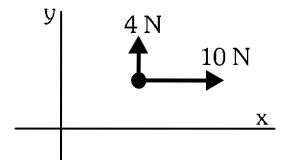
2. Un imán se queda unido a una pared metálica, sin caer. Dibujar e identificar las fuerzas que actúan sobre el imán, y explicar por qué no se cae el imán.

3. Sabemos que la fuerza gravitatoria, el peso, es proporcional a la masa. Es decir, que los cuerpos con más masa serán atraídos por la tierra con mayor fuerza. ¿Por qué entonces decimos que caen todos con la misma aceleración?

Problemas:

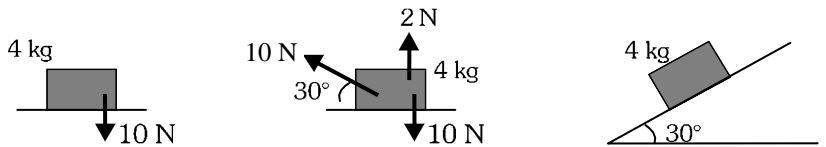
4. La partícula de la figura, de 2 kg, se encuentra inicialmente en reposo en el punto (4,3) m, y sufre únicamente las fuerzas indicadas. Calcular la aceleración que sufre dicha partícula, así como la velocidad que tendrá al cabo de 5 s.

$$(\vec{a} = 5 \vec{i} + 2 \vec{j} \text{ m/s}^2 ; \vec{v} = 25 \vec{i} + 10 \vec{j} \text{ m/s})$$

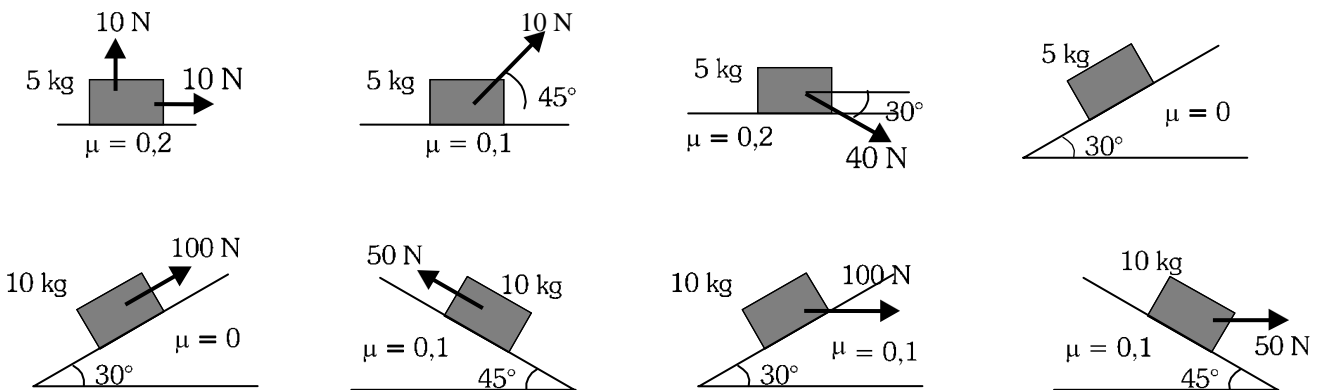


5. Calcular la reacción normal del plano en las siguientes situaciones.

(Sol: 50 N, 25 N, 34,64 N)



6. Calcular la aceleración que sufrirá el bloque de la figura en cada una de las siguientes situaciones:



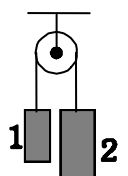
- (1. $a = 0,4 \text{ m/s}^2$; 2. $a = 0,54 \text{ m/s}^2$; 3. $a = 4,13 \text{ m/s}^2$; 4. $a = 5 \text{ m/s}^2$;
 5. $a = 5 \text{ m/s}^2$; 6. $a = 1,37 \text{ m/s}^2$; 7. $a = 2,29 \text{ m/s}^2$; 8. $a = 10,25 \text{ m/s}^2$)

7. Una locomotora tiene una masa de 10 toneladas, y arrastra una vagoneta de 5 toneladas. La fuerza que impulsa la locomotora es de 75000 N y el coeficiente de rozamiento con la vía es de 0,25. Calcular la aceleración que adquiere el tren, así como la fuerza que tienen que soportar los enganches entre vagones.

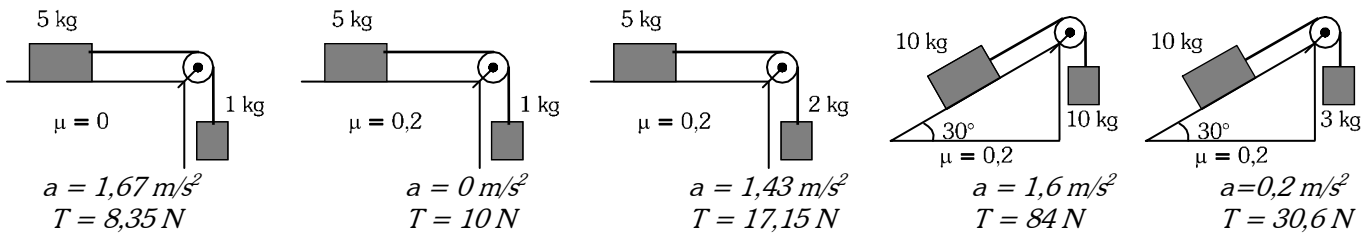
$$(a = 2,5 \text{ m/s}^2 ; T = 25000 \text{ N})$$

8. En 1870, el científico británico Atwood, construyó un aparato (conocido como *máquina de Atwood*) para medir la relación entre fuerza y aceleración. El esquema básico de la máquina es el que aparece en la figura: dos masas m_1 y m_2 suspendidas de una polea mediante un hilo. Calcular la aceleración con la que se moverán los bloques (suponiendo $m_2 > m_1$).

$$(a = (m_2 - m_1) g / (m_2 + m_1))$$



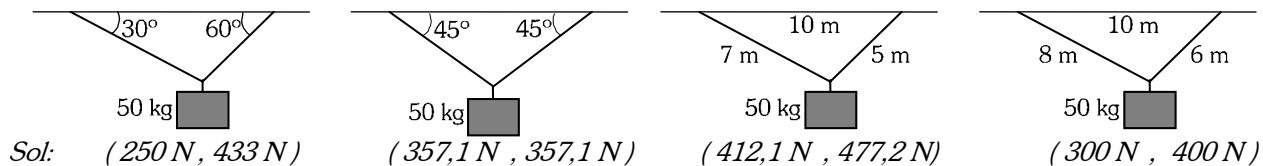
9. Dados los siguientes sistemas de dos bloques unidos mediante hilos y poleas, calcular la aceleración con la que se moverán, y la tensión de los hilos.



10. Empujamos horizontalmente un bloque de 50 kg sobre una superficie rugosa. Se observa que, para empujes pequeños, el bloque no se mueve. Si queremos mover el bloque, debemos realizar una fuerza superior a 250 N. Calcular a partir de estos datos el coeficiente estático de rozamiento entre el bloque y el plano. ($\mu_s = 0,5$)

11. Colocamos un bloque de 20 kg sobre una tabla rugosa. Vamos inclinando poco a poco la tabla. Al principio no se produce el deslizamiento. Al seguir inclinando y llegar a un ángulo de 30° , conseguiremos que el bloque deslice. Calcular el coeficiente estático de rozamiento entre el bloque y el plano. ($\mu_s = 0,57$)

12. En las figuras aparecen cuerpos sujetos al techo mediante cables. Calcular, para cada caso, el valor de la tensión en cada cable.



13. ¿Cuál es la fuerza con que se atraen dos masas de 1 kg separadas 1 m? ¿Por qué las fuerzas gravitatorias no se aprecian entre los objetos que nos rodean y sí en el Universo? ($F_g = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N}$)

14. Calcular la fuerza de atracción entre:

- a) El Sol y la Tierra. (Solución: $3,53 \cdot 10^{22} \text{ N}$) b) La Tierra y la Luna (Solución: $1,99 \cdot 10^{20} \text{ N}$)
 (Datos: $M_s = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, $M_L = 7,38 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; $d_{T-S} = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$; $d_{T-L} = 384400 \text{ km}$)

15. Calcular el peso de una persona de 70 kg: (NO uses la aproximación de gravedad terrestre como 10 m/s^2)

- a) En la superficie terrestre. (686 N) b) A 10000 m de altura (685,94 N)
 c) En una nave espacial a 400 km de altura. (609,18 N)

16. La sonda "Mars Pathfinder", con una masa de 100 kg, fue lanzada hacia Marte, planeta al que llegó en julio de 1997. Calcular:

- a) Peso de la sonda en la superficie de Marte. (370 N)
 b) Fuerza gravitatoria entre Marte y la sonda cuando se encontraba a 1000 km de la superficie. (223,94 N)
 (Datos: Masa de Marte: $M_M = 6,5 \cdot 10^{23} \text{ kg}$, Radio de Marte: $R_M = 3400 \text{ km}$, gravedad en la superficie de Marte: $g_M = 3,7 \text{ N/kg}$)

17. Una escopeta de 5 kg dispara una bala de 15 g con una velocidad de 500 m/s. Calcular la velocidad de retroceso de la escopeta. ($\vec{v}_e = -1,5 \vec{i} \text{ m/s}$)

18. Un niño, cuya masa es de 40 kg, está encima de un monopatín, de 3 kg de masa,. En un instante, el niño salta hacia delante con una velocidad de 1 m/s. Calcula la velocidad con la que se mueve el monopatín. ($\vec{v} = -13,3 \vec{i} \text{ m/s}$)

19. Una persona de 60 kg corre, a 10 m/s, tras una vagoneta de 200 kg que se desplaza a 7 m/s. Cuando alcanza a la vagoneta, salta encima, continuando los dos juntos el movimiento. Calcular con qué velocidad se mueven tras subirse encima. ($\vec{v} = 7,7 \vec{i} \text{ m/s}$)

EJERCICIOS DE AMPLIACIÓN

20.-Un automóvil marcha a 72 km/h. Calcula:

- a) ¿Qué aceleración es preciso comunicarle para que se detenga en 100 metros? ($-2 \vec{i} \text{ m/s}^2$)
 b) ¿Cuánto tiempo tardará en parar? (10 s)
 c) ¿Cuál será la fuerza de frenado si la masa del coche es de 1500 kg? ($-3000 \vec{i} \text{ N}$)

- 21.**-Un autocar de 5 toneladas se mueve por una carretera horizontal sin rozamiento y aumenta su velocidad desde 54 km/h a 90 km/h en medio minuto. ¿Qué fuerza tuvo que hacer el motor? (1667 N (módulo))
- 22.**-Un bloque de 5kg está sostenido por una cuerda y es impulsado hacia arriba sin rozamiento con una aceleración total de 2m/s^2 . Calcula:
 a) La tensión de la cuerda. (60 N)
 b) Si después de iniciado el movimiento la tensión se reduce a 50 N ¿Qué sucederá?
- 23.**-Después de aplicar el freno, un tren de 500 toneladas avanza con movimiento uniformemente retardado. Calcula la fuerza de frenado si tarda un minuto en disminuir su velocidad de 144 km/h a 36 km/h.
 $(250000\text{ N en sentido contrario al movimiento})$
- 24.**-Un cuerpo de 8kg tiene un movimiento descrito por el vector de posición $\vec{r} = t^2\vec{i} + 5t\vec{j} - 4t\vec{k}$. Determina el valor de su cantidad de movimiento y de la fuerza en el instante $t = 3\text{s}$. $(\vec{p} = 48\vec{i} + 40\vec{j}\text{ kg m/s}; \vec{F} = 16\vec{i}\text{ N})$
- 25.**-Dos bloques de 3kg cada uno cuelgan de los extremos de una cuerda que pasa por una polea fija. Calcula:
 a) ¿Qué peso ha de añadirse a uno de los bloques para que el otro suba una distancia de 2 m en 2 s? $(0,6\text{ kg})$
 b) ¿Con qué aceleración se moverá el sistema? (1 m s^{-2})
- 26.**-Tenemos una masa $m_2 = 10\text{kg}$ que cuelga de una cuerda que pasa a través de una polea y se une a otra masa $m_1 = 15\text{kg}$ que se encuentra sobre la superficie de una mesa. Calcula:
 a) Aceleración del sistema y tensión de la cuerda, suponiendo rozamiento nulo. $(a = 4\text{ m s}^{-2}, T = 60\text{ N})$
 b) ¿Cómo se modificarán los resultados anteriores si el valor del coeficiente de rozamiento es 0,2?
 $(a = 2,8\text{ m s}^{-2}, T = 72\text{ N})$
- 27.**-Una masa de 2kg está apoyada sobre un plano inclinado cuyo ángulo con la horizontal es 30° y el coeficiente de rozamiento es 0,2. Calcula:
 a) Aceleración de descenso, si lo dejamos libre. $(a = 3,27\text{ m s}^{-2})$
 b) La fuerza que deberíamos ejercer sobre él para que descienda con $v = \text{cte}$. $(6,54\text{ N})$
- 28.**-Un cuerpo de 5kg descansa sobre una superficie horizontal de $\mu = 0,4$. Determina la fuerza de rozamiento, cuando tiramos del cuerpo con una fuerza de 30 N que forma con la horizontal un ángulo de 30° . (14 N)
- 29.**-Un cuerpo de 3kg de masa, reposa sobre un plano inclinado de 30° , unido por una cuerda a otro de 2,5 kg que cuelga por el extremo vertical del plano. Si $\mu = 0,3$. Calcula la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda al dejarlo libre. $(a = 0,40\text{ m s}^{-2}, T = 24\text{ N})$
- 30.**-Tenemos una masa $m = 20\text{kg}$ sobre una superficie paralela al suelo, a través de una cuerda que pasa por una polea, que se encuentra al final de la superficie, se une a otra masa $M = 30\text{kg}$ que se encuentra al final de la superficie sobre un plano inclinado de 30° . (Dato. $\mu = 0,2$). Calcula la aceleración y la tensión.
 $(a = 1,16\text{ m s}^{-2}, T = 63,2\text{ N})$
- 31.**-Tenemos una masa $m_1 = 4\text{kg}$ que se encuentra sobre una superficie cuyo ángulo con la horizontal es de 30° . A través de una cuerda y por una polea se une a otra masa $m_2 = 5\text{kg}$ que cuelga verticalmente. Calcula la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda:
 a) Si los planos carecen de rozamiento. $(a = 3,33\text{ m s}^{-2}, T = 33,35\text{ N})$
 b) Si el coeficiente de rozamiento es 0,4. $(a = 1,79\text{ m s}^{-2}, T = 41,05\text{ N})$
- 32.**-Para calcular el coeficiente de rozamiento de un plano inclinado de 90 cm de longitud y de 30° , se ha colocado un cuerpo en su parte superior que, tras deslizarse por el plano, llega al final al cabo de 0,75s. ¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento? $(\mu = 0,2)$
- 33.**-Una piedra de 100g se deja caer libremente desde el borde de un acantilado de 20m de altura. Sabiendo que la piedra llega al agua a los 3s de caer. Calcula la fuerza de rozamiento del aire en la caída de la piedra.
 $(0,556\text{ N})$
- 34.**-Sobre un plano inclinado cuyo ángulo es de 30° y coeficiente de rozamiento 0,3; se coloca un cuerpo de 20kg. Si la longitud del plano es de 5m. Calcula:
 a) La aceleración con que baja el cuerpo. $(2,4\text{ m s}^{-2})$
 b) Velocidad con la que llega al final del plano inclinado. $(4,9\text{ m s}^{-1})$