1. Electrostática.

La materia puede tener carga eléctrica. De hecho en los átomos existen partículas con carga eléctrica positiva (protones) y otras con carga eléctrica negativa (electrones)

La unidad S.I de carga eléctrica es el culombio (C), aunque como resulta excesivamente grande, en la práctica se utilizan submúltiplos de la misma:

Microculombio (μC). 1 μC = 10^{-6} C

Nanoculombio (nC) . 1 n C = 10^{-9} C

Picoculombio (pC). 1 pC = 10^{-12} C

Es un hecho experimental conocido que cargas de distinto signo se atraen y del mismo se repelen.

La fuerza ejercida entre dos cargas (supuestas puntuales) viene descrita por la **Ley de Coulomb** (1785) que establece que **la fuerza con que dos cargas se atraen o se repelen es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa:**

$$F = k\frac{Q\,q}{d^2}$$

La constante de proporcionalidad, k, depende del medio en el que estén situadas las cargas (vacío, aire, agua…) y para el vacío o el aire, y en unidades S.I, vale:

$$k = 9\,10^9\ \frac{Nm^2}{C^2}$$

Normalmente el valor de k se escribe en función de una nueva constante, característica de cada medio llamada **permitividad o constante dieléctrica del medio, ε:**

$$k = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon}$$

Para el S.I y para el vacío o el aire la permitividad (ε_0) vale:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi.\,9.10^9}\ \frac{C^2}{N.m^2}$$

Por tanto k :

$$k = \frac{1}{\cancel{4\pi}\ \dfrac{1}{\cancel{4\pi}\ 9.10^9\ \dfrac{N.m^2}{C^2}}} = 9.10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}$$

Se puede considerar que la permitividad da idea de la capacidad del medio para transmitir la interacción eléctrica.

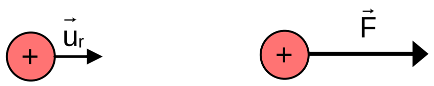
En un medio con un permitividad alta (k, pequeña) la fuerza entre dos cargas será más pequeña que en otro en el que la permitividad sea baja (k, grande). El primer medio "transmite" peor la interacción entre cargas. Es más aislante (en física los medios aislantes reciben el nombre de *dieléctricos* de ahí el nombre de constante dieléctrica)

Rigurosamente la expresión de la Ley de Coulomb debería ser una expresión vectorial:

$$\vec{F} = k\frac{Q\,q}{d^2}\,\vec{u}_r$$

Donde $\vec{u}_r$ es un vector unitario en la dirección de la línea que une ambas cargas y sentido siempre saliendo de la carga que ejerce la fuerza.

Por tanto si la fuerza es positiva tiene el mismo sentido que $\vec{u}_r$ y si es negativa, sentido contrario.



Fuerza ejercida sobre una carga positiva. La fuerza tiene el mismo sentido que $\vec{u}_r$

Fuerza ejercida sobre una carga negativa. La fuerza tiene sentido contrario a $\vec{u}_r$

Ejemplo 1

Calcular la fuerza entre dos cargas:

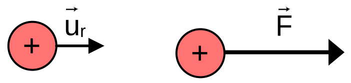
a) De + 5 μC y +3 μC situadas a 10 cm.

b) De + 5 μC y -3 μC situadas a 10 cm.

Solución:

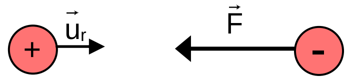
a) Aplicando la Ley de Coulomb:

$$F = k\frac{q\,Q}{d^2} = 9.10^9\,\frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\,\frac{3.10^{-6}\,\cancel{C}\;5.10^{-6}\,\cancel{C}}{0{,}10^2\,\cancel{m^2}} = 13{,}5\,N$$



b) Aplicando la Ley de Coulomb:

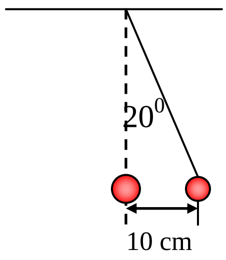
$$F = k\frac{q\,Q}{d^2} = 9.10^9\,\frac{N.\cancel{m^2}}{\cancel{C^2}}\,\frac{(-3.10^{-6}\,\cancel{C})\,5.10^{-6}\,\cancel{C}}{0{,}10^2\,\cancel{m^2}} = -13{,}5\,N$$



En el primer caso el sigo es positivo, indicando que el vector fuerza va en el mismo sentido que $\vec{u}_r$. En el segundo caso la fuerza lleva sentido apuesto a $\vec{u}_r$

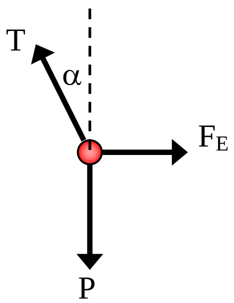
Ejemplo 2

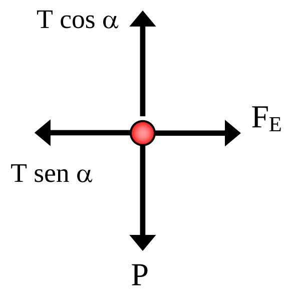
Una esfera metálica de masa 10 g con carga + 2 μC, se cuelga de un hilo y se le aproxima otra esfera con carga del mismo signo. Cuando ambas están separadas 10 cm el ángulo que forma el hilo con la vertical es de 20 ^{0} ¿Cuál es la carga de la segunda esfera?



Solución:

Como ambas esferas tienen carga del mismo signo, se repelerán. Las fuerzas que actúan sobre la esfera colgada del hilo serán: el peso, la tensión de la cuerda y la fuerza de repulsión electrostática:





Si la carga se encuentra en equilibrio debe cumplirse:

$$T\,\text{sen}\,\alpha - F_E = 0$$
$$T\cos\alpha - m\,g = 0$$

Eliminamos T dividendo ambas ecuaciones y despejamos la incógnita:

$$T\,\text{sen}\,\alpha = F_E$$
$$T\cos\alpha = mg$$
$$\frac{\cancel{T}\,\text{sen}\,\alpha}{\cancel{T}\cos\alpha} = \frac{F_E}{m\,g};\quad \tan\alpha = \frac{F_E}{m\,g};\quad F_E = m\,g\,.\tan\alpha$$
$$k\frac{q\,Q}{d^2} = m\,g\,.\tan\alpha\,;\quad Q = \frac{m\,g\,.\tan\alpha.\,d^2}{k\,q}$$
$$Q = \frac{m\,g\,.\tan\alpha.\,d^2}{k\,q} = \frac{0{,}010\,\cancel{kg}\;10\,\frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}\;\tan 20^0\;0{,}10^2\,\cancel{m^2}}{9.10^9\,\frac{\cancel{N}.\,\cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}}\;2.10^{-6}\,\cancel{C}} = 2.10^{-8}\,C = 200\,\mu C$$

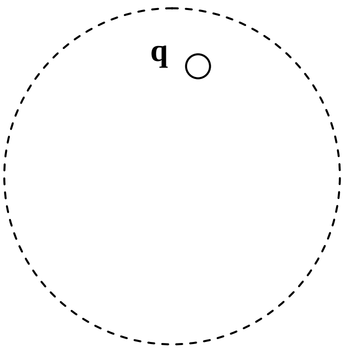
CAMPO ELÉCTRICO. CONCEPTOS BÁSICOS

Cuando estudiamos la Dinámica representamos las acciones ejercidas sobre los cuerpos mediante fuerzas. Indicamos que para determinar las acciones ejercidas sobre los cuerpos debíamos tener en cuenta las cosas que estuvieran en contacto con el cuerpo. Sin embargo, cuando hablamos de la interacción entre cargas, tenemos que una carga actúa sobre la otra sin tener aparente contacto con ella (lo mismo sucede en el caso de la interacción gravitatoria)

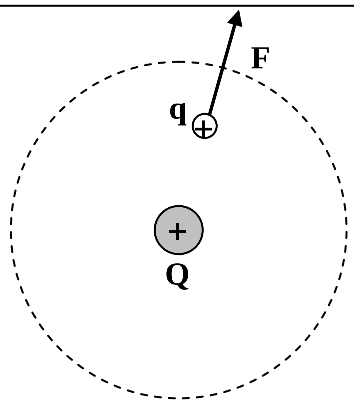
Inicialmente se "resolvió" el problema considerando que podían existir fuerzas (tales como la eléctrica o la gravitatoria) que actuasen "a distancia". Sin embargo el posterior desenvolvimiento de la Física mostró que esta concepción daba lugar a serias contradicciones. Para resolver estas contradicciones se estableció ***el concepto de campo.***

Imaginemos una zona del espacio en la que no exista ninguna carga. Si introducimos una pequeña carga puntual +q (carga de prueba) no se detectará acción alguna sobre ella.

Si ahora colocamos una carga +Q, la presencia de esta carga modificará las propiedades del espacio circundante y si volvemos a introducir la carga de prueba, ésta acusará la existencia de una acción (fuerza) sobre ella que tiende a alejarla de la carga +Q



Una carga de prueba situada en una región del espacio desprovista de cargas no "siente" fuerza alguna.



Si se introduce una carga, Q, las propiedades del espacio se modifican y la carga "siente" una fuerza de repulsión.

Se dice que la carga +Q crea un campo a su alrededor que actúa sobre la carga de prueba +q. De esta manera la acción deja de ejercerse a distancia y es el campo el responsable de la acción ejercida sobre la carga de prueba.

El campo es una entidad física medible. Se define la intensidad de campo eléctrico en un punto como la fuerza ejercida sobre la unidad de carga colocada en ese punto.

Es decir:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

El campo eléctrico, como puede observarse, es un vector. Su unidad de medida en el S.I. es el N/C.

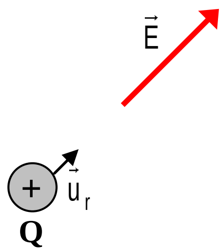
Utilizando la Ley de Coulomb, llegamos a la siguiente expresión:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{k\,\frac{Q\,\cancel{q}}{r^2}\,\vec{u}_r}{\cancel{q}} = k\,\frac{Q}{r^2}\,\vec{u}_r$$

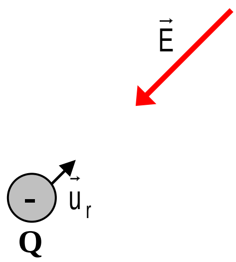
Luego el valor del campo eléctrico en un punto depende sólo del valor de la carga que crea el campo y de la distancia.

Si la carga que crea el campo es positiva $\vec{E}$ y $\vec{u}_r$ tendrán el mismo sentido.

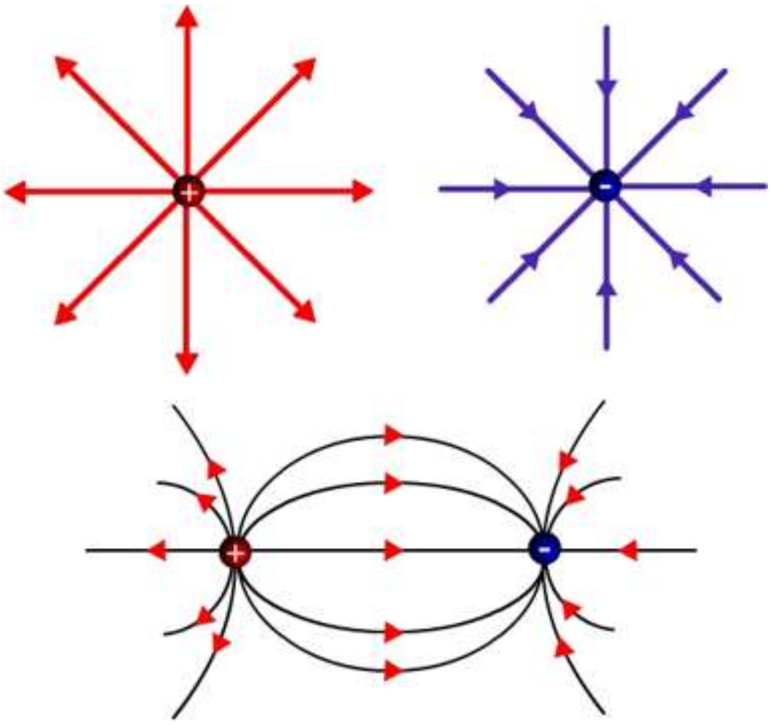
Si la carga que crea el campo es negativa, $\vec{E}$ y $\vec{u}_r$ tendrán sentido contrario.



El campo creado por una carga positiva tiene el mismo sentido que $\vec{u}_r$



El campo creado por una carga negativa tiene sentido contrario a $\vec{u}_r$



Con el fin de visualizar el campo se recurre a las llamadas **"líneas de campo"** (izquierda) que se dibujan de forma tal, que el vector campo sea tangente a ellas en cada punto.

Las líneas de campo siempre salen de una carga positiva ("fuentes" de campo) y entran hacia las negativas ("sumideros" de campo)

Si una carga positiva es abandonada en un campo seguirá una línea de campo en el sentido que indican las flechas. Por el contrario, una carga negativa seguirá la línea de campo, pero en sentido contrario al indicado por las flechas.

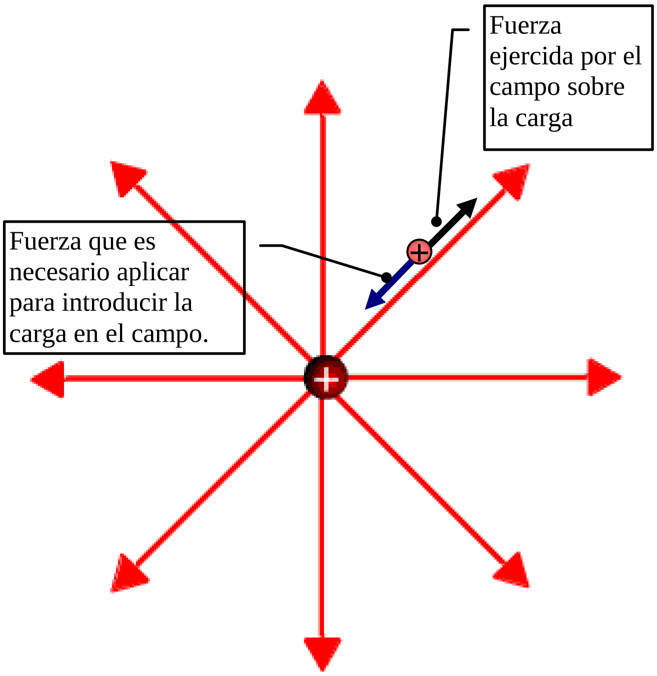
Como se observa el campo es creado por la carga central y existe con independencia de que otra carga se sitúe en su seno o no.

Si ahora se introduce una carga de prueba (q) el campo ejerce una acción sobre ella. Esto es, una fuerza, que se puede calcular aplicando la definición de intensidad de campo:

$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

Imaginemos ahora la siguiente situación:

En un campo eléctrico creado por una carga positiva (Q) se introduce una carga de prueba (q), aplicando una fuerza contraria a la ejercida por el campo. Cuando se suelte, la carga será repelida y se moverá alejándose de la carga que crea el campo.



Tenemos una situación idéntica a la descrita cuando elevábamos un objeto (situado en un campo gravitatorio) o cuando comprimíamos un muelle. La energía comunicada al cuerpo se acumulaba con energía potencial que era liberada como energía cinética si se dejaba actuar a la fuerza.

La energía necesaria para traer una carga positiva desde fuera del campo hasta un punto de éste se acumula como energía potencial.

El valor de la energía potencial en un punto (igual al trabajo realizado contra el campo para traer la carga desde fuera del campo) se puede calcular usando la siguiente expresión:

$$E_p = k\,\frac{q\,Q}{r}$$

Si dividimos la energía potencial en un punto por el valor de la carga situada en ese punto, obtenemos una nueva magnitud, **el potencial en ese punto, V,** que, a diferencia de la energía potencial, no depende del valor de la carga introducida, sino sólo de la carga que crea el campo (y de la distancia, por supuesto):

$$V = \frac{E_p}{q} = \frac{k\frac{\cancel{q}\,Q}{r}}{\cancel{q}} = k\,\frac{Q}{r}$$

El potencial (que es un número, no un vector) puede tener signo positivo o negativo, dependiendo del signo de Q. Su unidad en el S.I es el J/C al que se le d el nombre de voltio (V)

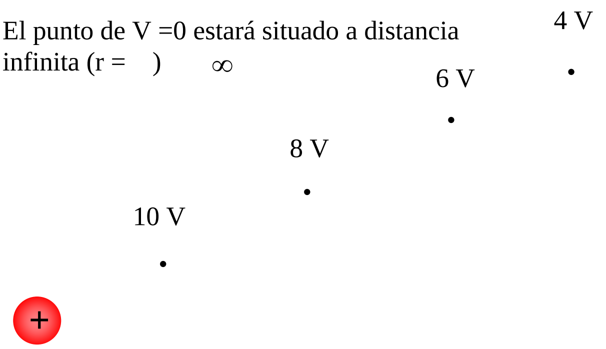
Un potencial positivo implica que el punto considerado está dentro del campo creado por una carga positiva. Cuanto mayor sea el potencial, mayor será el valor de Q y, en consecuencia, mayor energía potencial tendrá la carga situada en él:

$$E_p = q\,V$$

Análogamente un potencial negativo implica que el punto considerado está dentro del campo creado por una carga negativa.

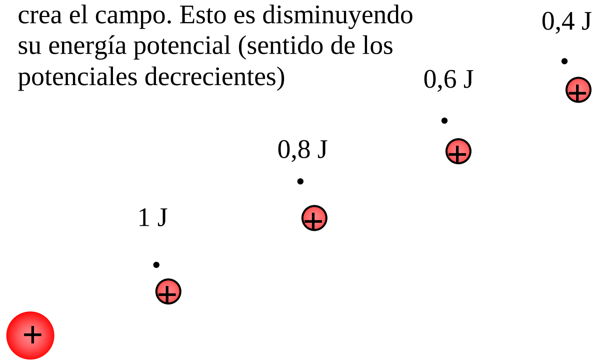
Valores del potencial en varios puntos del campo de una carga positiva. El potencial disminuye a medida que nos alejamos de la carga.

El punto de V =0 estará situado a distancia infinita (r = ∞)



Si colocamos una carga positiva de + 0,1 C en cada uno de esos puntos, adquirirá una energía potencial dada por Ep = q V

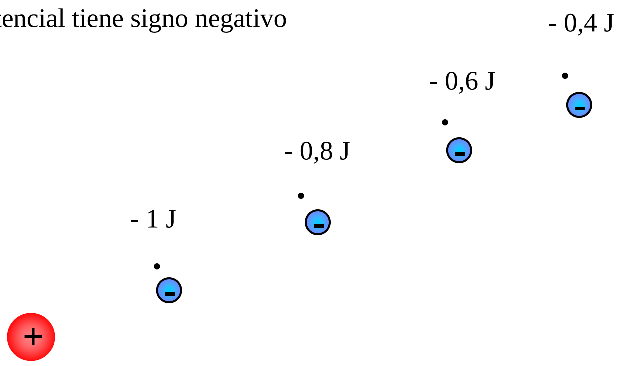
Si la carga se deja libre, se moverá en el sentido de alejarse de la carga que crea el campo. Esto es disminuyendo su energía potencial (sentido de los potenciales decrecientes)



Si colocamos ahora una carga negativa de - 0,1 C en cada uno de esos puntos, adquirirá una energía potencial dada por Ep = q V

Si la carga se deja libre, se moverá en el sentido de acercarse a la carga que crea el campo. Esto es disminuyendo su energía potencial (sentido de los potenciales crecientes)

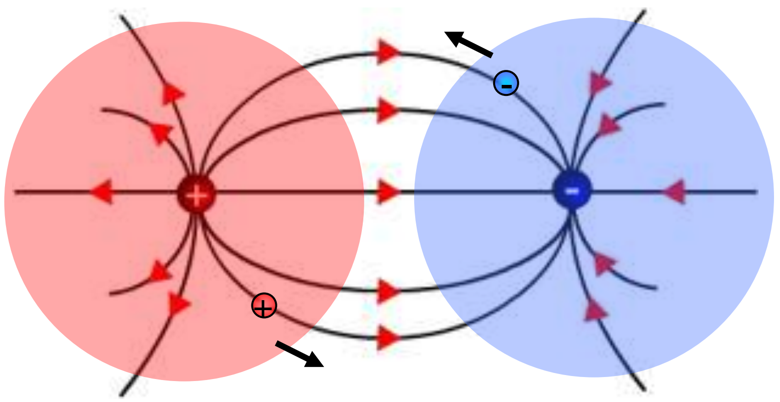
Reparar que ahora la energía potencial tiene signo negativo



Resumiendo lo anterior:

- Cuando las cargas se introducen en un campo se mueven espontáneamente (siguiendo las líneas de campo) en la dirección en que su energía potencial disminuye.
- Una carga positiva se moverá en la dirección de los potenciales decrecientes. O lo que es lo mismo, desde las zonas de mayor potencial a las de menor potencial
- Una carga negativa se moverá en la dirección de los potenciales crecientes. O lo que es lo mismo, desde las zonas de menor potencial a las de mayor.

En la figura se ha representado con un círculo rojo la zona de potencial netamente positiva y en azul la que tendría un potencial negativo. Una carga positiva se moverá espontáneamente, siguiendo la línea de campo, desde la zona de potencial positivo hacia la zona de potencial negativo. Por el contrario, una carga negativa se mueve hacia los potenciales positivos.



Conclusión:

Para lograr que las cargas se muevan entre dos puntos hemos de conseguir que dichos puntos se encuentren a distinto potencial.

Una manera de conseguir esto es acumular cargas positivas en una zona y negativas en otra.

2. Corriente eléctrica.

Denominamos corriente eléctrica a un flujo de cargas eléctricas entre dos puntos conectados físicamente mediante una sustancia conductora.

Para que exista ese flujo de cargas es necesario que exista una diferencia de potencial entre ambos puntos (ver símil)

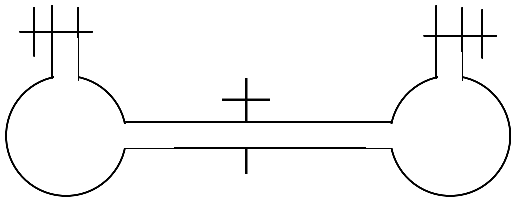
Para mantener la corriente es necesario que se mantenga la diferencia de potencial (gastando una cantidad equivalente de otra energía). Esto se consigue acumulando cargas negativas en uno de los puntos (punto a potencial negativo o polo negativo) y cargas positivas en el otro (punto a potencial positivo o polo positivo). Esto es lo que hacen las pilas o generadores.

En el caso de la corriente continua las cargas circulan siempre en el mismo sentido.

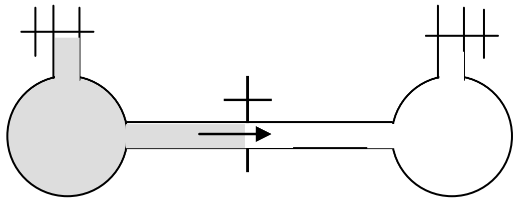
En los circuitos eléctricos las cargas que circulan son los electrones (cargas negativas) que salen del polo negativo y circulan hacia el positivo (sentido real)

Cuando se empezó a investigar la corriente eléctrica se suponía que las cargas que circulaban eran cargas positivas e irían, en consecuencia, del polo positivo al negativo. Aún hoy se sigue considerando que la corriente circula de esta manera (sentido convencional)

Símil de la corriente eléctrica



Dos recipientes con aire a la misma presión y conectados por un tubo. El aire no pasa de uno a otro aunque esté abierta la llave que los comunica

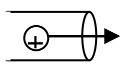


Si mediante una bomba se inyecta aire en uno de ellos (para lo cual hay que gastar energía que queda almacenada como energía potencial en el aire comprimido) al abrir la llave aparece una corriente de aire en el tubo de conexión (la energía potencia se transforma en cinética)

La diferencia de presión en ambos depósitos hace posible una corriente de aire en el tubo.

Se denomina ***intensidad de corriente (I)*** a la carga que atraviesa la sección de un conductor en la unidad de tiempo. La intensidad de corriente es una magnitud fundamental del S.I. y su unidad es el amperio (A)

$$I = \frac{q}{t}$$



Si por un conductor circula una corriente de 1 A significa que a través de una sección cualquiera del conductor pasa una carga de 1 C cada segundo.

Para que circule 1 C por segundo en un conductor es necesario que pasen a través de la sección considerada $6{,}3.10^{18}$ electrones (más de seis trillones de electrones) por segundo.

La materia al ser atravesada por la corriente eléctrica opone una resistencia a su paso (incluso los conductores). La ***resistencia (R)*** que opone un material al ser atravesado por una corriente eléctrica se mide en ohmios (Ω)

Si consideramos un hilo conductor, su resistencia puede calcularse a partir de la siguiente ecuación:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

- R: Resistencia del conductor (Ω)
- l: Longitud del conductor (m)
- S: Sección del conductor (m^2) para un hilo cilíndrico (hilo) $S = \pi r^2$
- ρ: Resistividad. Magnitud característica del material. Se mide en Ω.m

La resistividad varía con la temperatura según:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

Donde:
ρ_0: resistividad a 0^0C.
α: constante característica.
t. temperatura en ^{0}C.

Ley de Ohm

La Ley de Ohm (1827) relaciona las tres magnitudes básicas de la corriente eléctrica:

- Intensidad de corriente (I)
- Voltaje o diferencia de potencial (V)
- Resistencia eléctrica (R)

"La intensidad de corriente que circula entre dos puntos de un conductor es directamente proporcional a la diferencia de potencial entre esos puntos e inversamente proporcional a la resistencia existente entre ellos."

$$\boxed{I = \frac{V}{R}}$$

Rigurosamente la Ley de Ohm solamente la cumplen algunos conductores (por ejemplo los metales, denominados por esta razón "conductores ohmicos").

G.S. Ohm.
Erlangen (Alemania)
1789-1854

Corriente eléctrica y energía

Los circuitos eléctricos son un perfecto ejemplo del Principio de Conservación de la Energía, ya que en ellos se produce una transformación de la energía de las cargas eléctricas que circulan (energía eléctrica) en otros tipos de energía:

- Energía luminosa (lámparas)
- Energía calorífica (resistencias)
- Energía mecánica (motores)

La energía inicial que tienen las cargas debe ser suministrada por el generador o pila, para lo cual deberá transformar en eléctrica una cantidad equivalente de otro tipo de energía.

Uno de los efectos más característicos de la corriente eléctrica consiste en que al atravesar un material parte de la energía eléctrica se convierte en calor. Este efecto de calentamiento de las sustancias al ser atravesadas por una corriente eléctrica recibe el nombre de ***efecto Joule.***

En el circuito de la figura supongamos que entre los puntos ***A*** y ***D*** existe una diferencia de potencial de 1 V y que las líneas representan conductores con resistencia nula.

Pensemos, para mayor simplicidad, que el potencial de ***A*** es 1 V y el de ***D*** 0 V.

Una carga de 1C, tendrá en el punto A una energía de:

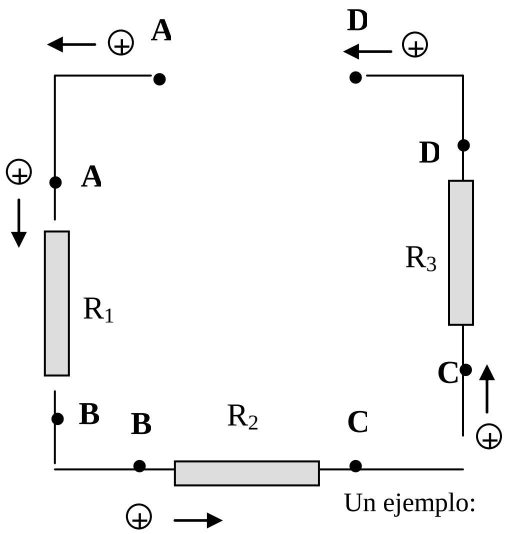
$E_p = V \cdot q = 1\ V \cdot 1\ C = 1\ J$

Esa carga recorrerá el circuito cediendo su energía y llegaría al punto D con 0 J.

Cuando la carga circula entre dos puntos unidos por un conductor sin resistencia no pierde energía, razón por la cual se dice que ambos puntos están al mismo potencial.

Si la carga atraviesa una resistencia, parte de su energía se transformará en calor. La energía de la carga será menor después de atravesar la resistencia que antes. O lo que es lo mismo, el potencial en ***A*** (por ejemplo) será superior al potencial en ***B.*** De ahí que se diga que se produce una *caída de potencial* en la resistencia.

La pérdida de energía "se reparte" entre las resistencias de tal manera que al final (punto D) se pierda 1 J



Un ejemplo:

$V_A - V_D = 1{,}0\ V$ $E_A = 1{,}o\ J$

$V_A - V_B = 0{,}2\ V$ $E_B = 0{,}8\ J$
$V_B - V_C = 0{,}3\ V$ $E_C = 0{,}5\ J$
$V_C - V_D = 0{,}5\ V$ $E_D = 0{,}0\ J$

Según lo dicho más arriba es fácil deducir que la cantidad de energía que circula por el circuito será tanto mayor cuanto mayor sea la diferencia de potencial entres sus polos, la intensidad de corriente y el tiempo que consideremos:

$$E = I\,V\,t$$

Tiempo (s)

Energía de la corriente eléctrica (J)

Voltaje (V)

Intensidad (A)

Teniendo en cuenta la Ley de Ohm podríamos escribir la expresión anterior en las formas equivalentes:

$$\left.\begin{aligned} E &= I\,V\,t \\ I &= \frac{V}{R} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} E &= \frac{V}{R}\,V\,t = \frac{V^2}{R}\,t \\ E &= I\,(I\,R)\,t = I^2\,R\,t \end{aligned}$$

Si consideramos la potencia o la rapidez con que la energía eléctrica se transforma en otro tipo de energía en los elementos del circuito:

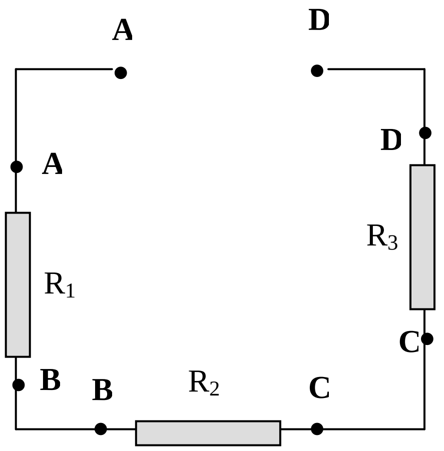
$$P = \frac{E}{t} = I\,V = I^2\,R = \frac{V^2}{R}$$

Recordemos que la potencia se mide en watios (W) y que es muy corriente en electricidad expresar **la energía** consumida en ***kW.h*** (E = P . t) para lo cual hay que expresar la potencia en kW y el tiempo en horas

Ejemplo 1

Hacer un estudio del intercambio de energía en el circuito que se muestra, teniendo en cuenta los datos siguientes:

$V_A - V_D = 30$ V
I = 1/ 6 A (0,167 A)
$R_1 = 60\ \Omega$
$R_2 = 90\ \Omega$
$R_3 = 30\ \Omega$



Solución:

La diferencia de potencial entre A y D (V_{AD}) es de 30 V lo que significa que la diferencia de energía entre el punto A y el D es de 30 J por culombio que circula.

Las cargas saldrán del punto A y recorrerán el circuito transformando la energía eléctrica en calor en las tres resistencias (efecto Joule). ¿Qué cantidad de calor se desprenderá en cada resistencia?

Podemos saber la caída de potencial en cada una (o pérdida de energía eléctrica por culombio) aplicando la ley de Ohm:

$V_{AB} = I \,.\, R_{AB} = 1/6\ A \,.\, 60\ \Omega = 10\ V$

$V_{BC} = I \,.\, R_{BC} = 1/6\ A \,.\, 90\ \Omega = 15\ V$

$V_{CD} = I \,.\, R_{CD} = 1/6\ A \,.\, 30\ \Omega = 5\ V$

Como por todas ellas circula la misma intensidad de corriente la mayor caída de potencial (pérdida de energía eléctrica que se transforma en calor) se produce en la resistencia de 90 Ω.
Si suponemos que circula 1 C se obtendrán en forma de calor:

$E_{AB} = V_{AB}. q = 10\ V \,.\, 1\ c = 10\ J = 2{,}4$ cal

$E_{BC} = V_{BC} \,.\, q = 15\ V \,.\, 1\ c = 15\ J = 3{,}6$ cal

$E_{CD} = V_{CD} \,.\, q = 5\ V \,.\, 1\ c = 5\ J = 1{,}2$ cal

El generador o pila devuelve la energía perdida a las cargas (a costa de transformar una cantidad equivalente de otro tipo de energía) que pueden volver al circuito obteniéndose una corriente continua mientras el generador suministre la energía necesaria.

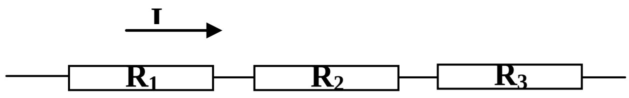
Asociación de resistencias

Uno de los elementos básicos de un circuito son las resistencias. Con ellas se puede regular (entre otras cosas) la intensidad de corriente que circula por el circuito o por alguna de sus ramas. Si se dispone de más una resistencia se pueden conectar entre ellas para formar asociaciones de dos tipos:

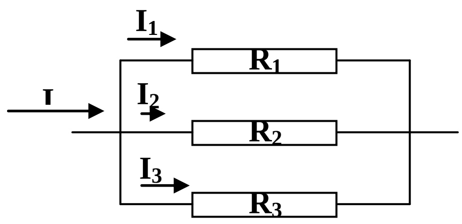
Asociación serie o en línea. Las resistencias se conectan una a continuación de la otra, en el mismo conductor de forma tal que por todas circula la misma intensidad de corriente.

Asociación derivación o paralelo. Las resistencias se conectan cada una en una rama o conductor, de forma tal que la corriente se divide cuando llega al punto de conexión. Si las resistencia no son iguales por cada una de ellas circulará una intensidad distinta.

Asociación serie



Asociación derivación

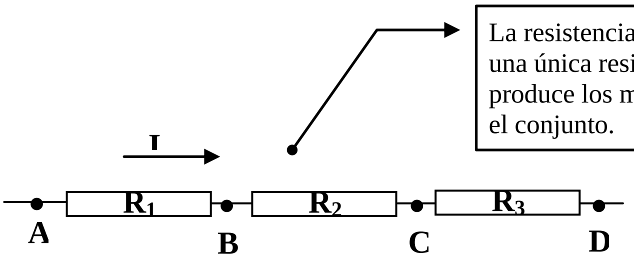


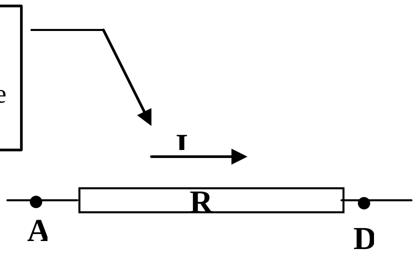
Asociación serie o en línea

En esta asociación:

- Circula por todas las resistencias la misma intensidad.
- Si las resistencias son distintas la caída de potencial (o diferencia de potencial entre sus bornes) es distinta para cada una de ellas. Siendo mayor cuanto mayor es la resistencia.
- El conjunto de resistencias se puede sustituir por una única resistencia que produzca los mismos efectos que la asociación **(resistencia equivalente)** cuya resistencia es la suma de las resistencias conectadas. Por tanto, **cuando se conectan varias resistencias en serie se obtiene una resistencia mayor (suma de las que se conectan)**

La resistencia equivalente es una única resistencia que produce los mismos efectos que el conjunto.





Aplicando la Ley de Ohm a cada resistencia, tendríamos:

$$V_A - V_B = I R_1$$

$$V_B - V_C = I R_2$$

$$V_C - V_D = I R_3$$

Sumando las tres expresiones miembro a miembro:

$$V_A - V_D = I R_1 + I R_2 + I R_3 = I(R_1 + R_2 + R_3) \quad (2)$$

Aplicando la Ley de Ohm a la resistencia equivalente:

$$V_A - V_D = I R \quad (1)$$

Comparando las expresiones (1) y (2) obtenemos que la resistencia equivalente, R, debe valer:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

Ejemplo 1

La resistencia equivalente a tres de 100, 200 y 300 Ω conectadas en serie valdría:

$R = R_1 + R_2 + R_3 = (100 + 200 + 300)\ \Omega = 600\ \Omega$

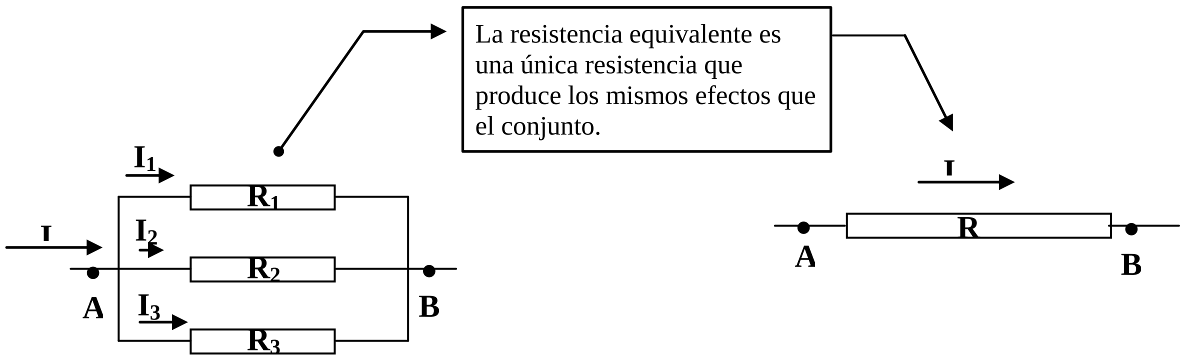
Estos es, pueden sustituirse las tres por una única resistencia de 600 Ω que produce idénticos efectos.

Asociación derivación o paralelo

En esta asociación:

- Si las resistencias son distintas por cada una de ellas circula distinta intensidad (mayor intensidad cuanto más pequeña es la resistencia)
- La diferencia de potencial entre bornes es la misma para todas las resistencia.
- El conjunto de resistencias se puede sustituir por una única resistencia que produzca los mismos efectos que la asociación **(resistencia equivalente). El inverso de la resistencia equivalente es igual a la suma de los inversos de las resistencia conectadas.**

  Cuando se conectan varias resistencias en derivación la resistencia total (equivalente) es menor que la más pequeña de las resistencias conectadas.



Aplicando la Ley de Ohm a cada resistencia, tendríamos:

$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_A - V_B}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_3}$$

Aplicando la Ley de Ohm a la resistencia equivalente:

$$I = \frac{V_A - V_B}{R} = (V_A - V_B)\,\frac{1}{R} \qquad (1)$$

Sumando las tres expresiones miembro a miembro:

$$I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_1} + \frac{V_A - V_B}{R_2} + \frac{V_A - V_B}{R_3}$$

$$I = (V_A - V_B)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \qquad (2)$$

Comparando las expresiones (1) y (2) obtenemos que la resistencia equivalente, R, debe valer:

$$\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

Ejemplo 2.

La resistencia equivalente a tres de 100, 200 y 300 Ω conectadas en derivación valdría:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{100} + \frac{1}{200} + \frac{1}{300} = \frac{6+3+2}{600} = \frac{11}{600}$$

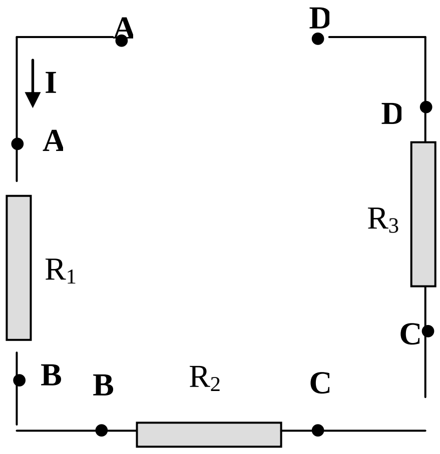
$$R = \frac{600}{11} = 54{,}5\ \Omega$$

Que es inferior a la menor de las resistencias conectadas.

Ejemplo 3

Para el circuito de la figura calcular:

a) Intensidad que circula.
b) Diferencia de potencial entre los bornes de cada una de las resistencias.
c) Potencia consumida en cada resistencia.
d) Energía transformada en calor en la resistencia de 100 Ω al cabo de 8 h.
e) Importe en euros de la energía consumida en la resistencia del apartado anterior si el coste del kW.h es de 0,10 €



Datos:

V_{AD} = 25 V

R_1 = 100 Ω

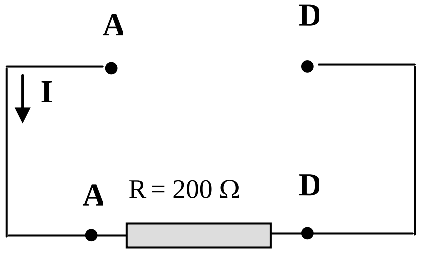
R_2 = 40 Ω

R_3 = 60 Ω

Solución:

a) El dato de la intensidad que circula es básico a la hora de resolver problemas de circuitos. Para calcularla has que saber cuál es la resistencia total del circuito. Como las resistencias están acopladas en serie la resistencia total (equivalente) sería: R = (100 + 40 + 60) Ω = 200 Ω

O lo que es lo mismo, el circuito original sería equivalente a:



Aplicando la Ley de Ohm calculamos la intensidad:

$$I = \frac{V_{AD}}{R} = \frac{25\ V}{200\ \Omega} = 0{,}125\ A = 125\ mA$$

b) Volviendo al circuito original, aplicamos la Ley de Ohm a cada una de las resistencias :

$$V_{AB} = I\,R_1 = 0{,}125\ A\,.\,100\ \Omega = 12{,}5\ V$$
$$V_{BC} = I\,R_2 = 0{,}125\ A\,.\,40\ \Omega = \quad 5{,}0\ V$$
$$V_{CD} = I\,R_3 = 0{,}125\ A\,.\,60\ \Omega = \quad 7{,}5\ V$$

Observar que como por todas circula la misma intensidad se produce la mayor caída de tensión en la resistencia más grande (una mayor cantidad de energía eléctrica se transforma en calor)

c) La potencia consumida viene dada por P = V.I. O en función de la resistencia: $P = I^2 R$. Luego:

$$P_{R1} = I^2\,R_1 = 0{,}125^2\ A^2.\,100\ \Omega = 1{,}56\ \frac{J}{s} = 1{,}56\ W$$

$$P_{R2} = I^2\,R_2 = 0{,}125^2\ A^2.\ \ 40\ \Omega = 0{,}63\ \frac{J}{s} = 0{,}63\ W$$

$$P_{R3} = I^2\,R_3 = 0{,}125^2\ A^2.\ \ 60\ \Omega = 0{,}94\ \frac{J}{s} = 0{,}94\ W$$

d) Se puede calcular aplicando: $E = I^2 R t$. Como en este caso ya hemos calculado la potencia:

$$P = \frac{E}{t} \; ; \quad E = P.\,t = 1{,}56\,\frac{J}{\cancel{s}}\,2{,}88.10^4\,\cancel{s} = 4{,}50.10^4\ J = 45\ kJ$$

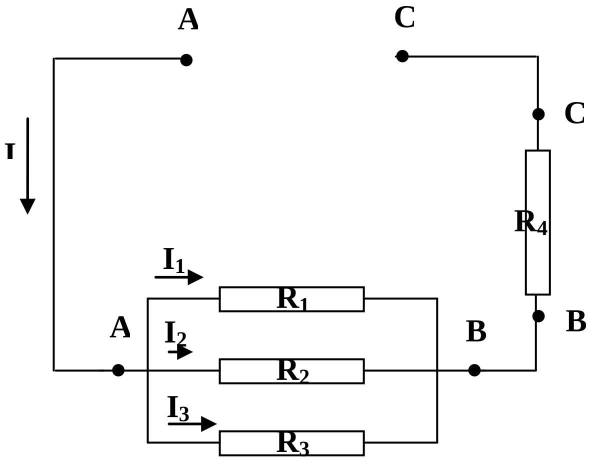
$$\text{En } kW.h: \; E = P.\,t = 1{,}56.10^{-3}\ kW.\,8\ h = 1{,}23.10^{-2}\ kW.h$$

e) Coste : $1{,}23.10^{-2}\ \cancel{kW.h}\ \dfrac{0{,}1\,euros}{1\ \cancel{kW.h}} = 1{,}23.10^{-3}\ euros$

Ejemplo 4

Para el circuito de la figura calcular:

a) Intensidad total que circula.
b) Intensidad en cada una de las ramas de la derivación.
c) Hacer un balance de energía para todo el circuito.



Datos:

$V_{AC} = 30\ V$

$R_1 = 200\ \Omega$

$R_2 = 300\ \Omega$

$R_3 = 600\ \Omega$

$R_4 = 50\ \Omega$

Solución:

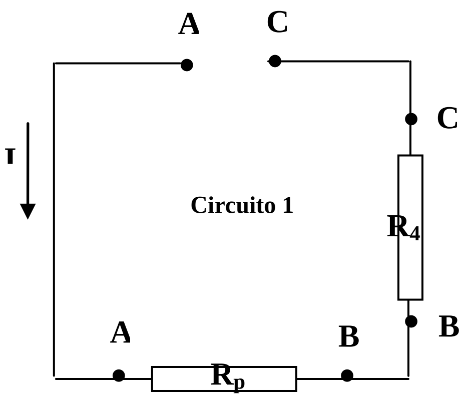
a) Para calcular la intensidad de corriente obtenemos la resistencia total del circuito. Vamos reduciendo las asociaciones de resistencias a su resistencia equivalente:

Resistencia equivalente de la asociación en paralelo (llamémosla R_P)

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{200} + \frac{1}{300} + \frac{1}{600} = \frac{3+2+1}{600} = \frac{6}{600}$$

$$R_P = \frac{600}{6} = 100\ \Omega$$

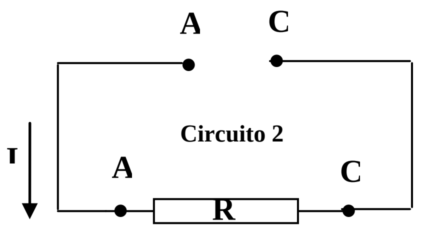
El que se muestra a la derecha sería un circuito equivalente al original. En él la asociación en paralelo ha sido sustituida por su resistencia equivalente R_P . La intensidad total circulante será la misma que en el original y la caída de tensión entre los puntos A y B también será idéntica.



Como paso final reducimos las dos resistencias en serie a su resistencia equivalente:

$$R = R_P + R_4 = (100 + 50)\ \Omega = 150\ \Omega$$

El circuito 2, también equivale al original. En él todas las resistencias han sido reducidas a sólo una, R; o resistencia equivalente de todas las intercaladas en el circuito. Observar que la caída de tensión en la resistencia equivalente es la misma que la que existe en el circuito original entre el inicio de las resistencias conectadas (punto A) y el final de las mismas (punto C)



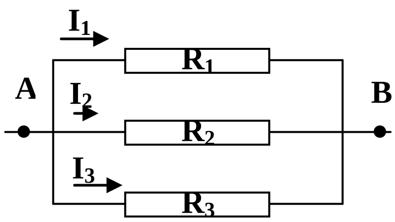
Podemos calcular ahora la intensidad total aplicando la Ley de Ohm al circuito 2:

$$I = \frac{V_{AC}}{R} = \frac{30\ \text{V}}{150\ \Omega} = 0,200\ \text{A} = 200\ \text{mA}$$

b) Para calcular la intensidad que circula por cada una de las ramas, calculamos primero la diferencia de potencial existente entre los extremos de la asociación ($V_A - V_B$). Para ello nos situamos en la resistencia R_P del circuito 1 y aplicamos la Ley de Ohm:

$$V_A - V_B = I\,R_P = 0,200\ \text{A} . 100\ \Omega = 20\ \text{V}$$

Una vez conocida la diferencia de potencial entre A y B, nos situamos en el circuito original y aplicamos la Ley de Ohm a cada una de sus ramas:



$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{20\ \text{V}}{200\ \Omega} = 0,100\ \text{A} = 100\ \text{mA}$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{20\ \text{V}}{300\ \Omega} = 0,067\ \text{A} = 67\ \text{mA}$$

$$I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{20\ \text{V}}{600\ \Omega} = 0,033\ \text{A} = 33\ \text{mA}$$

Lógicamente se cumple que $I = I_1 + I_2 + I_3 = 0,200$ A

c) Para hacer un balance de energía vamos a considerar la potencia eléctrica suministrada al circuito por el generador y la potencia consumida (transformada en calor) en cada una de las resistencias.

- Potencia eléctrica suministrada al circuito por el generador:

  $P_{SUM} = V_{AC} . I = 30$ V . 0,200 A = 6,00 W

- Potencia consumida en cada una de las resistencias del agrupamiento en paralelo:

  $P_{R1} = V_{AB} . I_1 = 20$ V. 0,100 A = 2,00 W

  $P_{R2} = V_{AB} . I_2 = 20$ V. 0,067 A = 1,34 W

  $P_{R3} = V_{AB} . I_2 = 20$ V. 0,033 A = 0,66 W

  Total potencia consumida en la asociación:
  $P_{ASOC} = 4,00$ W

- Potencia consumida en la resistencia serie de 50 Ω:

  $P_{R4} = V_{BC} . I = 10$ V. 0,200 A = 2,00 W

Como puede comprobarse se cumple el Principio de Conservación de la Energía, ya que toda la potencia suministrada al circuito se consume en las resistencias: